

**Titre:** Fabrication de prothèses personnalisées du genou à partir d'images tomodensitométriques : étude et validation d'une chaîne de traitements numériques sur spécimens cadavériques  
**Title:**

**Auteur:** Benoit Galarneau  
**Author:**

**Date:** 2005

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Galarneau, B. (2005). Fabrication de prothèses personnalisées du genou à partir d'images tomodensitométriques : étude et validation d'une chaîne de traitements numériques sur spécimens cadavériques [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7620/>  
**Citation:**

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7620/>  
**PolyPublie URL:**

**Directeurs de  
recherche:**  
**Advisors:**

**Programme:** Non spécifié  
**Program:**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

FABRICATION DE PROTHÈSES PERSONNALISÉES DU GENOU À PARTIR  
D'IMAGES TOMODENSITOMÉTRIQUES - ÉTUDE ET VALIDATION  
D'UNE CHAÎNE DE TRAITEMENTS NUMÉRIQUES SUR SPÉCIMENS  
CADAVÉRIQUES

BENOIT GALARNEAU  
INSTITUT DE GÉNIE BIOMÉDICAL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE BIOMÉDICAL)  
DÉCEMBRE 2005



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-16786-1*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-16786-1*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

FABRICATION DE PROTHÈSES PERSONNALISÉES DU GENOU À PARTIR  
D'IMAGES TOMODENSITOMÉTRIQUES - ÉTUDE ET VALIDATION  
D'UNE CHAÎNE DE TRAITEMENTS NUMÉRIQUES SUR SPÉCIMENS  
CADAVÉRIQUES

présenté par: GALARNEAU Benoit

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. GUARDO Robert, Ph.D, président

M. GOUSSARD Yves, Ph.D., membre et directeur de recherche

Mme DORÉ Sylvie, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. LINA Jean-Marc, Ph.D, membre

À Nadia

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, Yves Goussard, pour m'avoir proposé un projet fascinant, exigeant et très motivant. Merci aussi pour la confiance que vous m'avez accordée et je ne pourrais passer sous silence l'opportunité que j'ai eu sur le marché du travail grâce à ce travail de recherche. Je souhaite pouvoir bénéficier, au cours de ma carrière, de la rigueur que M. Goussard a su imposer tout au long du travail. Je tiens à souligner que M. Goussard restera aux yeux des étudiants, tant au baccalauréat qu'aux grades supérieurs, un pédagogue exceptionnel. Je remercie également ma co-directrice, Sylvie Doré, non seulement pour sa capacité organisationnelle impressionnante mais aussi pour avoir partagé ses connaissances approfondies en génie mécanique. Je garde un agréable souvenir de l'ensemble des réunions durant lesquelles l'échange, la discussion et la collaboration étaient au rendez-vous. Merci à Dino Grifo, collaborateur très proche à mon projet de recherche. Très fort en génie mécanique, Dino m'a permis de comprendre de nombreux aspects complémentaires à mon projet. Merci pour cette fidélité, même à 5h00 du matin, à l'occasion des essais à l'hôpital Notre-Dame. Je garderai un souvenir particulier lors des manipulations à la salle d'autopsie.

Merci au GRBB et particulièrement à Raphaël Guichard pour son travail de soutien et sa disponibilité tout au long du projet. Merci à Sabine Husse pour tout le temps qu'elle a pris à m'expliquer les nombreuses notions mathématiques nécessaires à la compréhension du projet. Merci à Pierrette Rivest, technicienne en radiologie à l'hôpital Notre-Dame, pour son étroite collaboration lors des nombreux essais et prises d'images tomodensitométriques. De plus, je tiens à remercier le *Fonds de recherche en santé du Québec (FRSQ)* pour le soutien financier très apprécié. Je souligne également générosité du Dr. Martine Lévesque, chirurgienne orthopédiste à l'hôpital Santa-Cabrini à Montréal. J'ai eu l'occasion d'assister en personne à deux

chirurgies et je voudrais profiter de ces lignes pour en remercier le Dr. Lévesque et son équipe.

En terminant, je veux remercier particulièrement celle que j'aime, Nadia, fidèle conjointe depuis des années. Nadia, par ton amour démontré au quotidien et ton incroyable compréhension, tu as su me motiver non seulement dans le cadre de cette maîtrise mais également au baccalauréat. Merci de t'intéresser et de m'écouter sincèrement, alors qu'il est souvent complexe et difficile d'exprimer les avancements et difficultés du projet. Merci d'avoir pris le temps de retoucher les nombreuses photos que l'on retrouve dans ce mémoire. Ton travail minutieux ne cessera de m'impressionner. Enfin, merci de m'encourager et de m'accompagner dans tout ce que j'entreprends.

## RÉSUMÉ

Ce travail s'est déroulé en étroite collaboration avec le Groupe de Recherche en Biomécanique et Biomatériaux (GRBB) de l'École Polytechnique de Montréal, le Laboratoire d'Imagerie et d'Orthopédie (LIO) de l'École de Technologie Supérieure et l'hôpital Notre-Dame du Centre Hospitalier de l'Université de Montréal (CHUM). Ces groupes de recherches s'intéressent, entre autres, aux maladies dégénératives des articulations et à différentes solutions afin d'améliorer la condition des patients. Dans le cadre de ce travail, on s'est intéressé aux problèmes articulaires du genou ainsi qu'à une méthode chirurgicale introduite initialement par le Dr. Gariépy, chirurgien orthopédiste de l'Hôtel-Dieu de Montréal. Notre objectif est de fabriquer de façon précise et durable des prothèses personnalisées du genou à partir d'images tomodensitométriques (*CT Scan*) du fémur distal. L'objectif principal de ce travail est d'intégrer et développer des méthodes en traitement d'images et reconstruction 3D afin d'arriver à une précision géométrique suffisante (inférieure à 1 mm) pour produire une prothèse personnalisée fonctionnelle et durable par prototypage rapide.

Pour y arriver, la chaîne de traitements numériques est décomposée en quatre grandes étapes :

1. Prise d'images tomodensitométriques
2. Restauration des images
3. Segmentation des contours osseux
4. Modélisation tridimensionnelle du fémur distal

Les tranches, d'une épaisseur de 1 mm, sont prises sur un tomographe à rayons-X en mode axial et ce, à tous les millimètres. La restauration des images est formulée



à partir des connaissances physiques du phénomène de dégradation ainsi que sur des connaissances *a priori* du fémur distal. La mise en oeuvre itérative repose sur l'approche de Geman et Reynolds point par point. Une fois restaurées, les images seront segmentées, afin d'isoler le contour osseux, par simple seuillage. À partir de l'ensemble des points de contour, le fémur distal sera modélisé par krigeage universel en coordonnées cylindriques.

Afin de mesurer la précision de cette chaîne de traitements, nous allons appliquer notre méthode sur trois spécimens cadavériques. Il sera donc possible de comparer le fémur distal modélisé par nos algorithmes au fémur original. Afin de produire une prothèse personnalisée solide et durable, il est nécessaire d'obtenir une précision à l'intérieur du millimètre.

## ABSTRACT

This research was carried out in close collaboration with the Groupe de Recherche en Biomécanique et Biomatériaux (GRBB) of l'École Polytechnique de Montréal, the Laboratoire d'Imagerie et d'Orthopédie (LIO) of l'École de Technologie Supérieure and Notre-Dame hospital of Centre Hospitalier de l'Université de Montréal (CHUM). These groups of researchers are interested in degenerative joint diseases and different techniques to improve patient outcome. In this particular research, we were interested in knee articular problems and also in a surgical procedure initially introduced by Dr. Gariépy, orthopedic surgeon at the Hôtel-Dieu hospital. Our objective is to produce precise, durable and personalized knee prosthesis from computer tomographic X-Ray scans of the distal femoral bone. The principal objective of this work is to integrate and develop methods in image processing and 3D reconstruction, to produce, at a sufficient geometrical precision (below than one millimeter), a functional and durable personalized prosthesis by rapid prototyping

To achieve this objective, we decomposed the procedure into four main steps :

1. X-Ray CT scan of the distal femoral bone
2. Image enhancement
3. Edge detection to isolate the bone contour
4. 3D modeling of the distal femoral bone

Every millimeter, a CT slice (1 mm of thickness) was taken with an X-Ray scanner in axial mode. Image enhancement is formulated from physical knowledge of the degradation phenomena as well as the *a priori* information on the distal femur. The iterative numerical implementation is based on the single site updating (SSU) Geman and Renolds algorithm. Once enhanced, images are segmented with simple

thresholding in order to isolate distal femoral bone contours. With those outline points, the bone is replicated with an universal kriging algorithm in a cylindrical coordinate system.

In order to measure the precision of our approach, we applied our method on three human specimens. Therefore, it was possible to compare the numerical bone model to the original one. To produce a durable personalized knee prosthetic, it is mandatory to obtain a precision below one millimeter.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iv
REMERCIEMENTS . . . . .	v
RÉSUMÉ . . . . .	vii
ABSTRACT . . . . .	ix
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	xi
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xiv
LISTE DES FIGURES . . . . .	xv
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES . . . . .	xix
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xx
INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 1    ARTHROPLASTIE TOTALE DU GENOU . . . . .	3
1.1    Historique . . . . .	3
1.2    Les candidats de l'intervention . . . . .	5
1.2.1    Arthrose dégénérative et arthrite inflammatoire . . . . .	5
1.2.2    Incidence, prévalence et statistiques . . . . .	6
1.3    Problèmes reliés à l'intervention . . . . .	8
1.3.1    Perte osseuse inévitable . . . . .	10
1.3.2    Alignement des composants . . . . .	12
1.3.3    Complications . . . . .	15

CHAPITRE 2	PROTHÈSES PERSONNALISÉES DU GENOU . . . . .	17
2.1	Approche du Dr. Gariépy . . . . .	17
2.1.1	Avantages et désavantages de cette approche . . . . .	18
2.2	Méthode de conception proposée . . . . .	19
2.2.1	Difficultés à prévoir . . . . .	21
CHAPITRE 3	TRAITEMENT DES IMAGES . . . . .	24
3.1	Restauration . . . . .	24
3.1.1	Méthodes classiques en restauration d'images . . . . .	27
3.1.1.1	Minimisation matricielle sans contrainte du critère des moindres carrés . . . . .	27
3.1.1.2	Filtrage inverse . . . . .	30
3.1.2	Problème mal posé . . . . .	32
3.1.3	Approches régularisées simples en restauration d'images . . . . .	33
3.1.3.1	Minimisation matricielle sous contraintes du critère des moindres carrés . . . . .	33
3.1.3.2	Filtre de Wiener . . . . .	35
3.1.4	Approche régularisée avec pénalisation de type $L_2L_1$ . . . . .	37
3.1.4.1	Geman et Yang . . . . .	43
3.1.4.2	Geman et Reynolds . . . . .	47
3.2	Segmentation . . . . .	57
3.2.1	Approches classiques . . . . .	57
3.2.2	Seuillage . . . . .	62
CHAPITRE 4	KRIGEAGE SURFACIQUE . . . . .	66
4.1	Interpolation par krigeage universel . . . . .	67
4.1.1	Historique : de la ruée vers l'or au génie biomédical . . . . .	68
4.1.2	Mise en oeuvre matricielle . . . . .	70
4.1.3	Krigeage des niveaux d'intensité . . . . .	76

4.1.3.1	Discussion sur la pertinence de cette méthode de krigage . . . . .	79
4.1.4	Krigeage surfacique en coordonnées cylindriques . . . . .	79
4.1.4.1	Phénomène de rebond . . . . .	82
4.1.4.2	Krigeage d'une forme contrôlée . . . . .	83
CHAPITRE 5	VALIDATION DE LA CHAÎNE DE TRAITEMENT . . .	85
5.1	Préparation des spécimens cadavériques . . . . .	85
5.1.1	Les spécimens en entier . . . . .	86
5.1.2	Les spécimens sans les tissus mous . . . . .	87
5.1.3	Les spécimens sans cartilage . . . . .	88
5.2	Prise d'images tomодensitométriques à l'hôpital . . . . .	89
5.3	Résultats . . . . .	92
5.3.1	Chaîne de traitements numériques . . . . .	93
5.3.2	Estimation de l'erreur . . . . .	96
5.4	Discussion . . . . .	97
CONCLUSION	. . . . .	98
RÉFÉRENCES	. . . . .	100
ANNEXES	. . . . .	104

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1	Comparaison internationale des taux bruts . . . . .	9
Tableau 3.1	Mise en oeuvre de type Geman et Reynolds point par point pour un volume 3D complet . . . . .	53
Tableau 3.2	Avantages et inconvénients des différentes mises en oeuvre présentées dans le cadre de notre approche régularisée en restauration d'images . . . . .	56
Tableau 3.3	Masques de convolution pour la segmentation des contours .	59
Tableau 5.1	Paramètres de réglages lors de la prise d'images tomodensi- tométriques et leur influence . . . . .	91
Tableau II.1	Format général d'un fichier .STL texte : chaque triangle est représenté par l'orientation de sa normale et ses trois extrémités	112
Tableau II.2	Format général d'un fichier .SLC texte : l'objet à fabriquer est découpé au préalable en couches minces d'épaisseur $\Delta z$ .	114
Tableau II.3	Avantages et inconvénients des formats .STL et .SLC . . . .	115

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Prothèse totale du genou . . . . .	4
Figure 1.2	Arthroplasties initiales totales du genou par groupement diagnostic . . . . .	5
Figure 1.3	Affections de l'articulation du genou . . . . .	7
Figure 1.4	Évolution du nombre d'arthroplasties totales du genou au Canada . . . . .	8
Figure 1.5	Répartition des arthroplasties totales du genou selon l'âge .	9
Figure 1.6	Extrémité fémorale suite à l'arthroplastie totale du genou .	11
Figure 1.7	Perte de densité osseuse dans la première année suivant l'arthroplastie totale du genou . . . . .	12
Figure 1.8	Système permettant de quantifier l'erreur d'alignement varus et valgus . . . . .	12
Figure 1.9	Distribution de l'erreur d'alignement en varus et valgus de l'os fémoral distal . . . . .	13
Figure 1.10	Axes considérés pour étudier l'erreur lors de la résection de l'os tibial . . . . .	14
Figure 1.11	Arthroplasties totales du genou reprises, selon la cause . . .	15
Figure 2.1	Comparaison entre la composante fémorale d'une prothèse commerciale et une prothèse hémi-arthroplastique du Dr. Gariépy . . . . .	17
Figure 2.2	Chaîne de traitements numériques proposés . . . . .	20
Figure 3.1	Modèle de dégradation des données . . . . .	25
Figure 3.2	Réponse impulsionnelle estimée d'un tomographe à rayons-X	26
Figure 3.3	Minimisation du critère des moindres carrés sans bruit additif	28
Figure 3.4	Minimisation du critère des moindres carrés en présence d'un bruit additif . . . . .	29



Figure 3.5	Restauration par filtrage inverse en présence d'un bruit additif	31
Figure 3.6	Norme de la transformée de Fourier $\mathbf{h}(\mu, \nu)$ de la PSF . . .	31
Figure 3.7	Minimisation sous contraintes, avec $\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} = \mathbf{I}$ et $\lambda = 0,01$ , du critère des moindres carrés en présence d'un bruit additif	34
Figure 3.8	Minimisation sous contraintes, avec Laplacien discret, du cri- tère des moindres carrés en présence d'un bruit additif . . .	36
Figure 3.9	Restauration par filtre de Wiener (avec $K = 0,2$ ) en présence d'un bruit additif . . . . .	37
Figure 3.10	Différents potentiels d'interaction . . . . .	41
Figure 3.11	Différences $u_c$ entre le pixel courant et ses pixels voisins . .	42
Figure 3.12	Restauration avec approche régularisée Geman et Yang ma- triciel . . . . .	46
Figure 3.13	Comparaison Geman et Yang matriciel vs. Geman et Yang point par point . . . . .	48
Figure 3.14	Comparaison Geman et Yang matriciel vs. Geman et Rey- nolds point par point . . . . .	52
Figure 3.15	Restauration Geman et Reynolds d'un volume 3D d'images de taille 181 pixels par 211 pixels . . . . .	54
Figure 3.16	Segmentation avec opérateur discret de différenciation en abs- cence de bruit additif . . . . .	60
Figure 3.17	Segmentation avec opérateur discret de différenciation en pré- sence d'un bruit additif (RSB = 10 dB) . . . . .	61
Figure 3.18	Exemple de fonction de transfert pour la méthode de seuillage	62
Figure 3.19	Segmentation avec seuillage en absence d'un bruit additif .	63
Figure 3.20	Segmentation avec seuillage en présence d'un bruit additif .	63
Figure 3.21	Segmentation avec seuillage d'une image restaurée . . . . .	64
Figure 4.1	Krigeage d'un signal unidimensionnel . . . . .	73

Figure 4.2	Comparaison entre le signal continu unidimensionnel et le signal krigé pour différentes formes de covariance . . . . .	74
Figure 4.3	Signal unidimensionnel krigé avec pépites de lissage différentes	75
Figure 4.4	Coupe tomographique à kriger . . . . .	76
Figure 4.5	Points de contrôle utilisés dans le système de krigeage . . .	77
Figure 4.6	Coupe tomographique krigée à partir des intensités lumineuses des points de contrôle . . . . .	78
Figure 4.7	Krigeage des intensités lumineuses : comparaison entre le contour osseux krigé et le contour original . . . . .	78
Figure 4.8	Principe du krigeage surfacique en coordonnées cylindriques	80
Figure 4.9	Krigeage en coordonnées cylindriques : comparaison entre le contour osseux krigé et le contour original. Le X rouge représente le centre du cylindre. . . . .	82
Figure 4.10	Phénomène de rebond associé à la reconstruction, en coordonnées cylindriques, d'un contour avec concavité importante	82
Figure 4.11	Forme contrôlée (sans bruit additif) à kriger en coordonnées cylindriques . . . . .	83
Figure 4.12	Résultat du krigeage en coordonnées cylindriques de la forme contrôlée . . . . .	84
Figure 5.1	Un spécimen cadavérique reçu congelé frais . . . . .	86
Figure 5.2	Premières préparations des spécimens cadavériques afin de les insérer dans le socle du gabarit de positionnement . . . .	87
Figure 5.3	Résection des tissus mous tout en conservant le cartilage des spécimens cadavériques . . . . .	88
Figure 5.4	Résection du cartilage effectuée par Dr. Duval, chirurgien-orthopédiste . . . . .	89

Figure 5.5	Vue latérale (pilote) de la prise d'images tomodensitométriques du deuxième spécimen cadavérique (forme physique entière) à 30 degrés . . . . .	92
Figure 5.6	Restauration d'une coupe tomographique située au début du fémur distal . . . . .	93
Figure 5.7	Restauration d'une coupe tomographique située à la fin du fémur distal . . . . .	94
Figure 5.8	Segmentation des coupes restaurées et superposition à la coupe originale . . . . .	95
Figure 5.9	Enveloppe surfacique du fémur distal . . . . .	95
Figure 5.10	Distribution de l'erreur sur la surface condyloire entre la surface krigée et le nuage de point haute-densité du numériseur 3D au laser . . . . .	96
Figure I.1	Incision au niveau du genou . . . . .	105
Figure I.2	Préparation fémorale . . . . .	105
Figure I.3	Alignement fémoral . . . . .	106
Figure I.4	Résection fémorale . . . . .	106
Figure I.5	Préparation tibiale . . . . .	107
Figure I.6	Alignement tibial . . . . .	107
Figure I.7	Résection tibiale . . . . .	107
Figure I.8	Mise en place des différents pièces de l'articulation . . . . .	108
Figure II.1	Machine de prototypage rapide <i>Prodigy Plus</i> de la compagnie <i>Stratasys</i> . . . . .	110
Figure II.2	Fichier STL : triangulation surfacique . . . . .	111
Figure II.3	Règle <i>Vertex to Vertex</i> à respecter . . . . .	111
Figure II.4	Règle de la main droite afin de déterminer le sens de la normale	111
Figure II.5	Ordre des points à respecter pour les fichiers .SLC . . . . .	113

## LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

2D	bidimensionnel
3D	tridimensionnel
FOV	<i>field of view</i> (champ d'intérêt)
MAP	maximum <i>a posteriori</i>
MV	maximum de <i>vraisemblance</i>
RSB	rapport signal à bruit
CT	<i>computer tomography</i> (tomographie assistée par ordinateur)
PSF	<i>point spread function</i> (réponse impulsionnelle)
TKA	<i>total knee arthroplasty</i> (arthroplastie totale du genou)
$\mathbf{x}$	objet original (vecteur formé par les colonnes de $\mathbf{X}$ )
$\hat{\mathbf{x}}$	estimation de $\mathbf{x}$
$\mathbf{y}$	données mesurées (vecteur formé par les colonnes de $\mathbf{Y}$ )
$\mathbf{H}$	opérateur linéaire reliant $\mathbf{x}$ à $\mathbf{y}$
$\mathbf{b}$	bruit aléatoire
$\mathbf{X}$	matrice représentant l'objet original 2D
$\mathbf{Y}$	matrice des données mesurées bruitées 2D
$J(\mathbf{x})$	critère qui définit l'estimée $\hat{\mathbf{x}}$
$\mathbf{v}$	variable duale
$\varphi$	fonction de pénalisation
$\delta$	paramètre d'échelle de la fonction de pénalisation $\varphi$
$\lambda$	paramètre d'échelle des connaissances <i>a priori</i>
$\mathbf{D}$	matrice des différences finies

## LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I	APERÇU DE LA PROCÉDURE CHIRURGICALE DE L'ARTHROPLASTIE TOTALE DU GENOU . . . . .	104
ANNEXE II	FABRICATION PAR PROTOTYPAGE RAPIDE . . . . .	109
II.1	Les fichiers STL . . . . .	110
II.2	Les fichiers SLC . . . . .	113

## INTRODUCTION

Les maladies dégénératives des articulations, telles l'arthrite rhumatoïde ou l'arthrose, constituent un problème de santé publique en constante évolution. Dans le cas de l'articulation du genou, le traitement par pose d'une prothèse est aujourd'hui pratique courante. L'approche classique consiste à procéder à une arthroplastie totale. L'intervention actuelle a fait ses preuves mais admet certaines limites : résection osseuse importante, alignement difficile des composants, complications post-opératoires fréquentes, instrumentation complexe, durée de récupération relativement importante et un coût relié à l'inventaire assez élevé.

Les problèmes rencontrés avec les prothèses totales du genou seraient en grande partie résolus par le développement d'un implant de petite taille, simple à poser, ne nécessitant que peu ou pas de résection de tissu osseux. C'est dans cet esprit que le Dr. Gariépy, chirurgien orthopédiste de l'Hôtel-Dieu de Montréal, a développé dans les années 1960 et 1970 une prothèse de recouvrement personnalisée dont le principe est de remplacer le cartilage par une coquille en alliage métallique adaptée à la forme du fémur distal. Deux éléments contribuent à rendre ce concept d'actualité. Premièrement, la personnalisation d'implants est rendue de plus en plus accessible grâce aux technologies d'imagerie et de fabrication numériques. Deuxièmement, les pratiques actuelles en chirurgie orthopédique tendent vers des méthodes d'intervention moins invasives.

Ainsi, ce travail s'insère dans le cadre d'un projet de fabrication de prothèses personnalisées du genou. L'objectif principal de ce travail est d'intégrer et développer des méthodes en traitement d'images et reconstruction 3D afin d'arriver à une précision géométrique suffisante pour produire une prothèse personnalisée fonctionnelle et durable par prototypage rapide. À terme, la précision de la chaîne complète de

traitement sera évaluée à l'aide de trois spécimens cadavériques en collaboration avec M. Dino Grifo, étudiant à la maîtrise à l'École de technologie supérieure.

Le présent rapport s'enchaîne comme suit. L'intervention actuelle qu'est l'arthroplastie totale du genou sera présentée dans le premier chapitre. Ainsi, nous serons en mesure de bien saisir la problématique entourant cette procédure. Ensuite, le concept de prothèses personnalisées du genou sera abordé dans le deuxième chapitre. La méthode de fabrication proposée et la chaîne de traitements numériques permettant une fabrication précise seront expliquées dans le troisième chapitre. Par la suite, la modélisation tridimensionnelle par krigeage est abordée dans le quatrième chapitre. Enfin, le cinquième chapitre présente les manipulations et principaux résultats obtenus sur spécimens cadavériques.

## CHAPITRE 1

### ARTHROPLASTIE TOTALE DU GENOU

L'objectif de ce chapitre est de présenter une intervention couramment pratiquée en orthopédie, l'arthroplastie totale du genou. Après un bref historique portant sur l'évolution de la procédure, suivra une présentation des candidats susceptibles d'y avoir recours. La procédure telle que pratiquée régulièrement dans le milieu hospitalier est exposée à l'annexe I. Enfin, les différents problèmes reliés à ce type d'intervention seront abordés. Ce sont essentiellement ces problèmes qui sont à l'origine de l'effort de recherche portant sur les prothèses personnalisées du genou, sujet abordé dans le chapitre suivant.

#### 1.1 Historique

Avant le développement d'une procédure éprouvée afin de traiter des genoux arthritiques, on procédait simplement à l'arthrodèse du genou, c'est-à-dire la fixation chirurgicale de l'articulation dans le but d'accomplir la fusion des surfaces communes, prévenant ainsi le mouvement de l'articulation douloureuse (AAOS, 2002). Cette technique avait comme conséquence de rendre le genou rigide et ainsi rendait la démarche du patient irrégulière lors de ses déplacements. Cette irrégularité engendrait une contrainte supplémentaire absorbée par le dos, les hanches et les chevilles. Autour des années 1860, Ferguson rapporte pour la première fois le traitement d'un genou arthritique par résection et arthroplastie du genou. Ces premières tentatives admettaient un taux d'échec très élevé, compte tenu de l'incompatibilité des matériaux employés, des problèmes d'infection, de descellement et de rupture



de la prothèse.

En 1973, John Insall, médecin à *Hospital for Special Surgery* de New York, élabore un prototype similaire aux prothèses utilisées de nos jours, l'implant total condylaire (*total condylar implant*). La première implantation de ce prototype s'est faite avec succès en 1974, ouvrant la voie à l'arthroplastie totale du genou (*total knee arthroplasty, TKA*) telle que pratiquée aujourd'hui. Évidemment, le concept évolue constamment, notamment en ce qui a trait aux matériaux utilisés et l'amplitude des mouvements que le patient pourra exécuter après l'intervention. En dépit de quelques variations mineures, les prothèses totales du genou actuelles ressemblent à celle présentée à la figure 1.1.

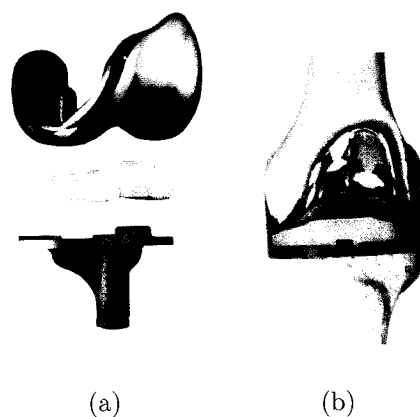


Figure 1.1 Prothèse totale du genou (modèle *Duracon PS* sans bouton rotulier) (a) Référence : Stryker (2001) (b) Référence : Leopold (2004)

La prothèse est formée essentiellement d'une section fémorale en alliage métallique, d'une pièce d'insertion en polyéthylène et d'une section tibiale également en alliage métallique. La pièce d'insertion assure le transfert des forces mécaniques entre le fémur et le tibia. Normalement, cette articulation artificielle dure en moyenne entre 10 et 15 ans. La méthode de fixation des pièces métalliques sera abordée au cours d'une prochaine section, mais regardons dans un premier temps les candidats

susceptibles de subir une telle intervention.

## 1.2 Les candidats de l'intervention

Au Canada, on a pratiqué 24 815 arthroplasties totales du genou durant l'année 2001–2002 (RCRA, 2004). Le groupe d'âge de 55 ans et plus représentait 85 % des interventions au Canada. Dans 93 % des cas, un diagnostic d'arthrose dégénérative du genou avait été posé et dans 5 % des cas, il s'agissait d'une arthrite inflammatoire. La figure 1.2 présente la répartition du diagnostic clinique ayant précédé l'arthroplastie totale du genou.

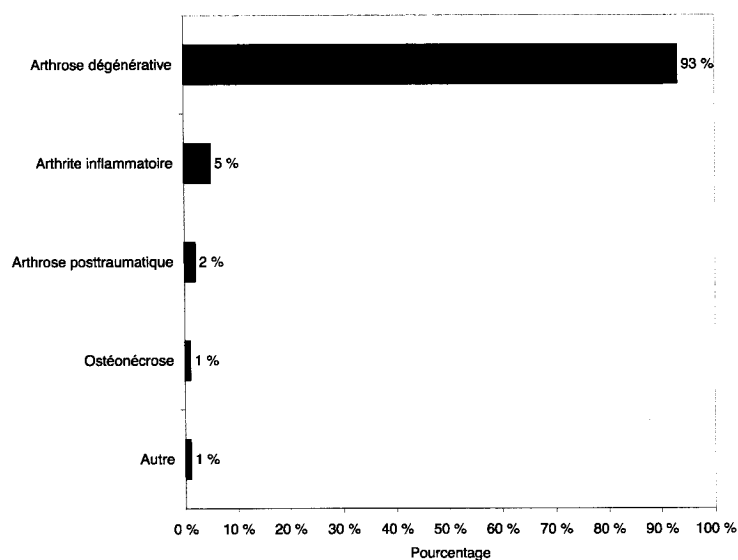


Figure 1.2 Arthroplasties initiales totales du genou par groupement diagnostic (RCRA, 2004)

### 1.2.1 Arthrose dégénérative et arthrite inflammatoire

L'arthrose dégénérative se définit comme une maladie dégénérative articulaire se caractérisant par l'altération d'une articulation. L'arthrose s'accompagne d'une lé-

sion des articulations sans inflammation, se traduisant anatomiquement par la destruction du cartilage et la production de tissu osseux supplémentaire sous forme d'ostéophytes ou de chondrostomes (Richard, 2000). Ces excroissances osseuses logées sur le côté de l'articulation contribuent à la douleur et à la diminution des capacités fonctionnelles. L'âge est le facteur de risque prédominant engendrant l'apparition d'arthrose. C'est pour cela que l'arthrose se manifeste généralement après 60 ans. Cette maladie n'est pas une conséquence immédiate du vieillissement, mais la fréquence va en augmentant quand le cartilage perd ses qualités de souplesse, d'élasticité et de glissement. Avec le temps, l'os devient exposé, entraînant de la douleur et une perte de mouvement. À cette dégénérescence du cartilage vient s'ajouter une perte de qualité du liquide synovial qui, normalement, favorise le glissement des surfaces articulaires.

L'arthrite inflammatoire ou rhumatoïde est le plus fréquent des rhumatismes inflammatoires chroniques dont l'origine n'est pas connue avec précision. Cette affection appartient à une variété de maladies que l'on appelle auto-immunes où le malade fabrique des anticorps contre ses propres tissus. Ceci entraîne une inflammation de la membrane synoviale tapissant l'intérieur des articulations. La membrane s'épaissit (pannus) et attaque le cartilage et les extrémités des os avoisinants, entraînant ainsi la destruction progressive de l'articulation (Richard, 2000). Ce type d'arthrite survient essentiellement entre 35 et 55 ans. La figure 1.3 présente des illustrations de l'arthrose dégénérative et l'arthrite inflammatoire.

### **1.2.2 Incidence, prévalence et statistiques**

Tel que mentionné en introduction de la présente section, on a pratiqué au Canada 24 815 arthroplasties totales du genou durant l'année 2001–2002. Au cours des dernières années, le nombre d'arthroplasties totales du genou a considérablement

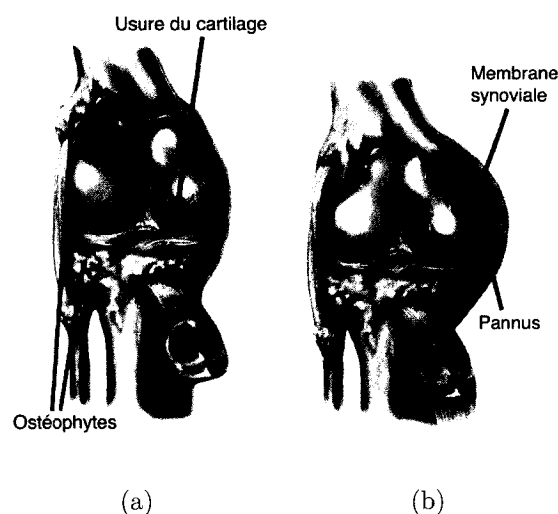


Figure 1.3 Affections de l'articulation du genou (Pfizer, 2003) (a) Arthrose dégénérative (b) Arthrite inflammatoire

augmenté à travers le Canada. La figure 1.4 présente l'évolution du nombre d'interventions au Canada au cours des dernières années. Par comparaison avec les chiffres de 1994–1995, le nombre d'arthroplasties en 2001–2002 était supérieur de 65 %, et 7 % de cette progression s'est produite au cours de l'année précédente. On peut donc conclure que ce type d'intervention est en constante progression au Canada et, avec le vieillissement de la population canadienne, tout indique que le nombre continuera d'augmenter au cours des prochaines années. La normalisation selon l'âge est une technique d'analyse couramment utilisée afin de comparer les taux de chirurgies au fil du temps. La méthode prend en considération les changements dans la structure de l'âge de différentes populations. Le taux global normalisé selon l'âge, au Canada, a augmenté de 43 % au cours de la période de sept ans, passant de 50,5 à 72,4 par 100 000 habitants. Il est intéressant de comparer la situation du Canada par rapport aux taux de différents pays. Le tableau 1.1 présente les taux bruts (non ajustés) des arthroplasties totales du genou pour différents pays. Il faut faire preuve de vigilance dans la comparaison de ces taux bruts nationaux, car

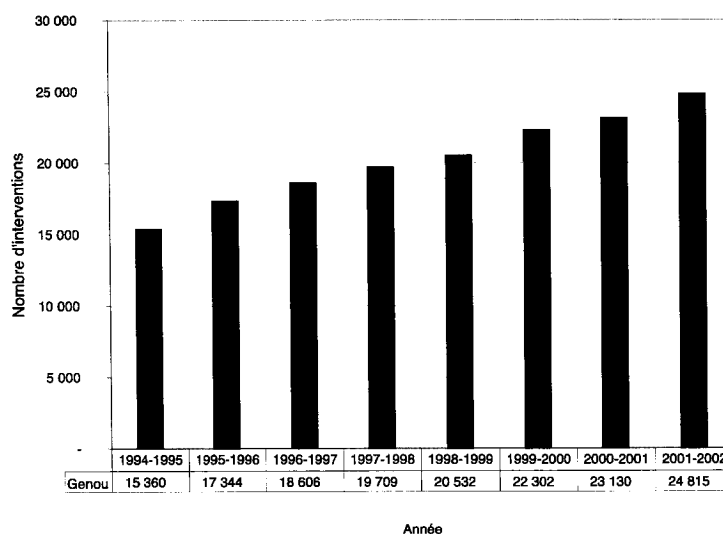


Figure 1.4 Évolution du nombre d'arthroplasties totales du genou pratiquées au Canada au cours des années précédentes (RCRA, 2004)

ceux-ci ne sont pas ajustés pour tenir compte des différences dans les structures de l'âge et du sexe des personnes de chaque pays. Par contre, on peut tout de même constater que le Canada présente un taux d'arthroplasties totales du genou élevé.

Concernant les données démographiques sur les patients canadiens, mentionnons que la plupart des arthroplasties totales du genou ont été pratiquées chez des personnes âgées de 65 ans et plus, soit 71 %. La figure 1.5 présente la répartition des arthroplasties totales du genou selon l'âge des patients. On constate que durant la période 2001–2002, 40 % des patients canadiens ayant subi un remplacement du genou avaient entre 65 et 74 ans.

### 1.3 Problèmes reliés à l'intervention

Comme toute procédure chirurgicale, l'arthroplastie totale du genou comporte un certain nombre de risques potentiels et problèmes. L'objectif de cette section est d'identifier les principaux problèmes reliés à l'arthroplastie totale du genou. Suite à

Tableau 1.1 Comparaison internationale des taux bruts (par 100 000 habitants) pour les arthroplasties totales initiales du genou (RCRA, 2004)

Pays	Taux brut par 100000 habitants	Année
États-Unis	92	1996
Australie	81	1999–2000
<b>Canada</b>	<b>80</b>	<b>2001–2002</b>
Nouvelle-Zélande	75	2000
Suède	63	1996–1997
Norvège	35	2000

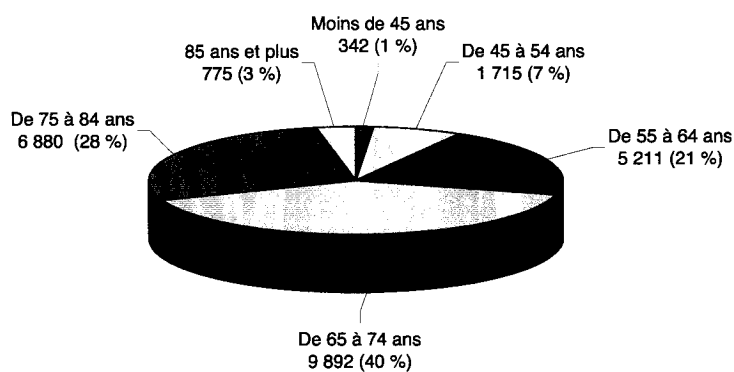


Figure 1.5 Répartition des arthroplasties totales du genou selon l'âge des patients canadiens pour la période 2001–2002 (RCRA, 2004)

cette identification, nous serons davantage en mesure de comprendre la motivation derrière l'effort de recherche portant sur les prothèses personnalisées du genou.

Après l'intervention, le succès est généralement quantifié par l'amplitude des mouvements (*range of motion*) que le patient peut exécuter ainsi que l'évaluation de la douleur chez ce dernier. Souvent, une douleur persistante est signe avant-coureur d'un problème relié à l'intervention. Par exemple, un descellement de la prothèse engendre une douleur supplémentaire lorsque le patient s'appuie sur sa jambe alors que la douleur diminue considérablement au repos. Une infection provoquera de la douleur tant au repos que lorsque le patient est actif. Les principales causes engendrant généralement de la douleur suite à une arthroplastie totale du genou sont les suivantes (Dennis, 2004) :

- descellement
- infection
- instabilité
- rupture d'un composant
- troubles fémoro-patellaires
- ostéolyse

Regardons de plus près certains aspects bien précis de la problématique entourant l'arthroplastie totale du genou.

### 1.3.1 Perte osseuse inévitable

La résection osseuse associée à l'arthroplastie totale du genou est un enjeu principal derrière la recherche portant sur les prothèses personnalisées du genou. En comparant les figures 1.1 et 1.6, on constate que le chirurgien orthopédiste doit adapter, avec un outillage complexe, le genou du patient à la forme et grandeur

(allant généralement de 1 à 7) de la prothèse. Ainsi, lors d'une étude portant sur



Figure 1.6 Extrémité fémorale suite à l'arthroplastie totale du genou (Stryker, 2001)

la quantification de la perte osseuse lors d'une arthroplastie totale du genou (Hass *et al.*, 2000), on a constaté que la perte osseuse allait, dépendamment des modèles de prothèse, de 5,9 à 12,7  $cm^3$  pour des os de grandes tailles et de 6,8 à 11,6  $cm^3$  pour des os de petites tailles.

Dans le même ordre d'idée, on s'est intéressé à la perte de densité osseuse durant la première année suivant l'arthroplastie totale du genou (Soininvaara *et al.*, 2004). On attribue cette diminution de densité à la réaction de l'os et des tissus au choc engendré par l'intervention. La figure 1.7 présente le résultat de cette recherche. On remarque une perte moyenne de densité atteignant 8 % pour la région diaphysaire et 17 % pour la région métaphysaire. D'un point de vue clinique, une densité osseuse élevée s'accompagne d'un meilleur support pour la prothèse. Une perte de densité se traduit principalement par un descellement de la prothèse. Cette laxité est associée à une résorption osseuse à l'interface os-prothèse engendrant de l'instabilité, une pression hydrostatique à l'interface os-prothèse ainsi qu'une perte de qualité osseuse. De plus, l'absence de densité osseuse suffisamment élevée a comme conséquence de rendre le remplacement de la prothèse (révision) difficile. Enfin, mentionnons que la perte de densité osseuse se produit avec tous les modèles de prothèses totales mais semble indépendante de la méthode de fixation utilisée.



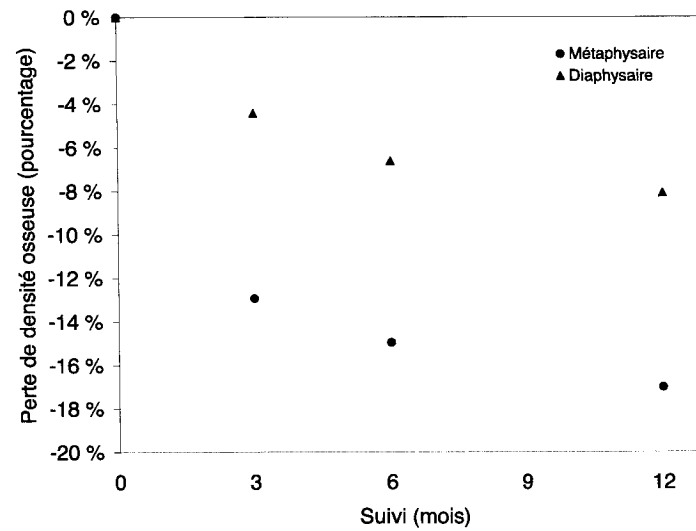


Figure 1.7 Perte de densité osseuse dans la première année suivant l'arthroplastie totale du genou (Soininvaara *et al.*, 2004)

### 1.3.2 Alignement des composants

L'un des buts recherchés lors d'une arthroplastie totale du genou est de placer la pièce fémorale perpendiculairement à l'axe mécanique de la jambe dans le plan coronarien, c'est-à-dire le plan parallèle au sol lorsqu'un patient se tient debout (figure 1.8). Un alignement erroné pourrait compromettre la survie de la nouvelle



Figure 1.8 Système permettant de quantifier l'erreur d'alignement varus et valgus (Hewitt et Shakespeare, 2000)

articulation. Selon une étude portant sur les causes des échecs mécaniques des prothèses totales (Moreland, 1988), on soutient que le mauvais alignement est la cause principale d'un descellement et d'une instabilité post-opératoire. En se référant à la figure I.3 présentée en annexe, on constate que l'on doit aligner le guide de résection vers le centre de la tête fémorale, ce qui est très difficile à réaliser en trois dimensions au cours de l'intervention. Lors d'une étude effectuée sur 362 arthroplasties totales du genou, Lam et Shakespeare (2003) se sont intéressés à la quantification de l'erreur d'alignement en varus et valgus, c'est-à-dire l'angle par rapport à la verticale mesurée dans le plan frontal.

Ainsi, la figure 1.9 présente la distribution de l'erreur d'alignement en varus et valgus lors de la résection de l'os fémoral distal. Une erreur d'alignement de  $\pm 3^\circ$

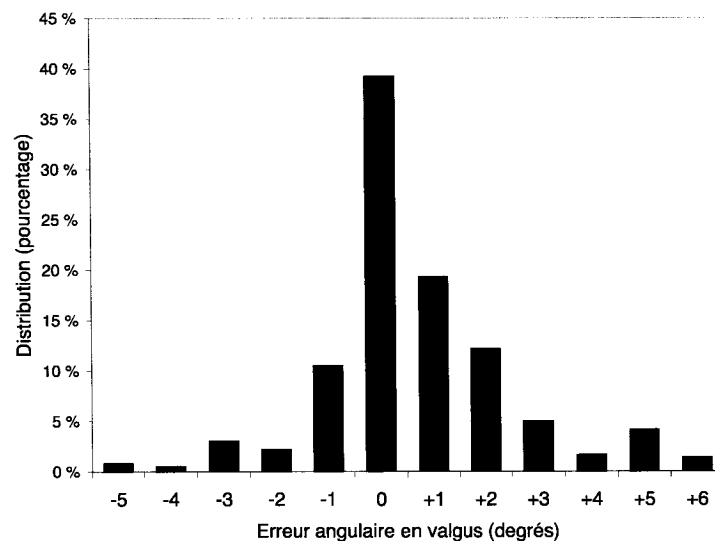


Figure 1.9 Distribution de l'erreur d'alignement en varus et valgus de l'os fémoral distal (Lam et Shakespeare, 2003)

représente l'erreur tolérée dans la plupart des ouvrages consultés. Au total, 92 % des interventions présentaient une composante fémorale alignée à l'intérieur de cette zone. Seulement 75 % des cas admettaient une précision de l'alignement à l'intérieur de  $1^\circ$ .

En ce qui a trait à la résection osseuse, un groupe de recherche s'est penché sur les erreurs survenant lors de la coupe (Plaskos *et al.*, 2002) de l'os tibial. Le système d'axe considéré dans le cadre de cette étude est présenté à la figure 1.10. Sur un

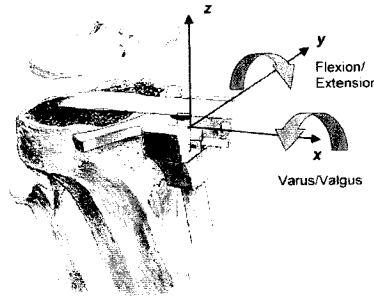


Figure 1.10 Axes considérés pour étudier l'erreur lors de la résection de l'os tibial (Plaskos *et al.*, 2002)

total de 85 coupes, l'erreur maximale varie entre  $1,5^{\circ}$  et  $2,0^{\circ}$  en varus et valgus et entre  $3,0^{\circ}$  et  $4,0^{\circ}$  selon l'axe flexion/extension. Cette erreur est donc susceptible de venir s'ajouter au problème d'alignement traité plus haut. Une conclusion intéressante de l'étude est la corrélation entre le mouvement du guide de résection et l'erreur observée. Ainsi, dans 18,3 % des cas, le mouvement du guide de résection est responsable de l'erreur d'alignement lors de la coupe. On rapporte que les forces transférées entre la scie à lame vibrante et le guide peuvent engendrer un déplacement de ce dernier. On soutient en terminant que les techniques de coupe utilisées produisent un fini de surface inégal avec d'importantes cavités susceptibles d'influencer la fixation et position de l'implant.

Ces deux études démontrent les difficultés à aligner les composantes lors de l'intervention chirurgicale. On constate que l'alignement par rapport au centre de la tête fémorale est difficile à réaliser. À cette première incertitude viennent s'ajouter les erreurs subséquentes lors de la résection osseuse de l'os tibial. Ces deux sources d'imprécisions ont une influence directe sur le succès de l'intervention puisqu'un mauvais alignement engendre généralement un descellement à l'interface os-prothèse.

### 1.3.3 Complications

Au cours de l'année 2002–2003, on a demandé aux chirurgiens (RCRA, 2004) d'inscrire une ou plusieurs raisons expliquant la reprise de l'arthroplastie ou révision parmi une liste précise de catégories. Le résultat de cette enquête est présenté à la figure 1.11. On constate que la laxité aseptique (descellement), l'usure du po-

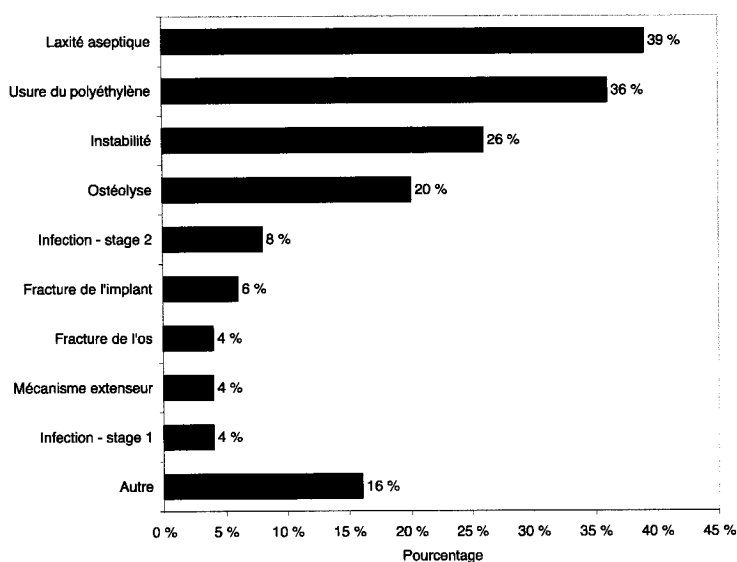


Figure 1.11 Arthroplasties totales du genou reprises, selon la cause

lyéthylène et l'instabilité constituent les principales raisons motivant la reprise de l'intervention. L'ostéolyse de l'os ainsi que l'infection demeurent tout de même des causes à ne pas négliger qui ont entraîné la reprise, avec 20 % et 12 % respectivement. Enfin, un risque élevé de thrombose veineuse profonde, 10,4 % (Saleh *et al.*, 2002), est associé à l'arthroplastie totale du genou.

Somme toute, on constate que l'arthroplastie totale du genou est une procédure chirurgicale fréquente, complexe à réaliser et comprenant plusieurs risques. L'hypothèse de notre groupe de recherche est que le caractère très invasif de l'intervention actuelle est une cause importante de plusieurs de ces problèmes et complications. C'est pour cette raison qu'un effort de recherche s'articule autour de la prothèse per-

sonnalisée du genou, présentée au chapitre suivant. Nous espérons ainsi conserver la forme originale des os du genou et éliminer la perte osseuse, faciliter l'alignement des composants, réduire la complexité de l'outillage utilisé et enfin, réduire les risques de complications.

## CHAPITRE 2

### PROTHÈSES PERSONNALISÉES DU GENOU

Dans le chapitre précédent, nous avons eu l'occasion de bien comprendre ce qu'est l'arthroplastie totale du genou et cibler quelques limites de la procédure. L'objectif du présent chapitre est de présenter une solution alternative qu'est la prothèse personnalisée du genou. Nous allons exposer l'origine de l'invention et les problèmes rencontrés à l'époque. Ensuite, la méthode de conception et de fabrication proposée par notre groupe de recherche sera abordée et les difficultés à prévoir seront également mentionnées.

#### 2.1 Approche du Dr. Gariépy

Dans les années 1960–1970, le Dr. Gariépy, chirurgien orthopédiste à l'hôpital Hôtel-Dieu de Montréal, a développé une prothèse de recouvrement hémiarthroplastique du fémur distal (figure 2.1). Afin de fabriquer sur mesure cette prothèse pour chaque

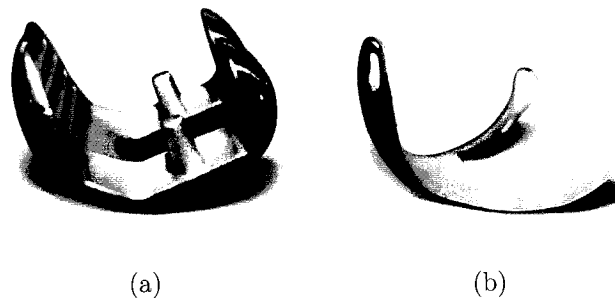


Figure 2.1 Comparaison entre (a) la composante fémorale d'une prothèse commerciale et (b) une prothèse hémiarthroplastique du Dr. Gariépy (Allain, 2002)

patient, le Dr. Gariépy effectuait une première opération afin de prendre l’empreinte de l’os fémoral distal avec du plâtre de Paris stérile. Les surfaces postérieures non accessibles étaient approximées par radiographie. La prothèse était ensuite fabriquée dans un laboratoire dentaire par procédé de moulage à la cire perdue à partir de la réplique. Au cours d’une deuxième opération, la prothèse hémiarthroplastique était implantée chez le patient. Le Dr. Gariépy, aujourd’hui décédé, n’a pas publié ses résultats cliniques. Lors d’une étude rétrospective tentée en 1999, l’accès au dossier de ses patients a été refusé par la Régie d’assurance maladie du Québec (RAMQ). Notre groupe de recherche a cependant eu accès aux dossiers personnels du Dr. Gariépy, au matériel visuel et textes utilisés lors de conférences.

### **2.1.1 Avantages et désavantages de cette approche**

La personnalisation de la prothèse du Dr. Gariépy offre plusieurs avantages comparativement aux prothèses totales du genou. L’avantage principal est la minimisation, voir même la suppression de la résection osseuse. Ceci permet d’offrir le traitement à une population plus jeune et facilite grandement les révisions subséquentes. La nature hémiarthroplastique de cette prothèse va à l’encontre de la pratique des 30 dernières années où toutes les surface articulaires sont remplacées. Par contre, certains chirurgiens remettent la prothèse totale en cause principalement pour l’articulation fémoro-rotulienne. L’hémiarthroplastie permet également de conserver, pour les patients souffrant d’arthrose, les ménisques qui sont en bon état. De plus, il est possible d’utiliser la méthode proposée dans ce travail afin de fabriquer un plateau tibial personnalisée. Mentionnons aussi que les prothèses personnalisées permettent de simplifier la technique chirurgicale ainsi que l’instrumentation associée lors de la pose de la prothèse. Enfin, on élimine aussi l’inventaire puisque chaque prothèse est adaptée à la forme particulière du fémur du patient.

Par contre, la méthode de fabrication utilisée par le Dr. Gariépy présentait deux faiblesses majeures. Premièrement, la procédure nécessitait deux interventions chirurgicales et environ une semaine séparait les deux opérations. Ceci avait comme conséquence d'augmenter les risques d'infection et était très coûteux puisque le patient était hospitalisé entre les deux chirurgies. Deuxièmement, une certaine quantité de prothèses se sont fracturées par fatigue mécanique après quelques années. Une mauvaise apposition entre la prothèse et la surface articulaire est à l'origine de cette fatigue. Rappelons que la surface du fémur distal inaccessible lors de l'empreinte était estimée par radiologie. Cette approximation présente un risque accru d'erreurs et augmente la probabilité de rupture de la prothèse. Malgré ces dernières faiblesses, le Dr. Gariépy a démontré que les prothèses personnalisées offraient une alternative intéressante et certaines de ses prothèses ont duré plus de 20 ans.

## **2.2 Méthode de conception proposée**

Les récents progrès en imagerie médicale, en informatique et en fabrication par prototypage rapide relancent l'intérêt des prothèses personnalisées. L'imagerie donne accès de façon peu invasive à l'anatomie bidimensionnelle et tridimensionnelle du patient. La capacité calculatoire des ordinateurs en constante progression permet une modélisation et une résolution rapide et précise de systèmes d'équations de plus en plus complexes. En ce sens, il sera possible de traiter numériquement l'ensemble des images médicales et modéliser la prothèse personnalisée à l'aide de l'ordinateur. De plus, le prototypage rapide permet la fabrication de pièces mécaniques présentant des formes complexes en un temps très court. En résumé, notre groupe de recherche propose de remplacer la première intervention chirurgicale du Dr. Gariépy par une modélisation tridimensionnelle du fémur distal obtenue grâce à l'imagerie médicale et à la résolution de systèmes d'équations par ordinateur. La



chaîne de traitements numériques proposée est présentée à la figure 2.2. Ce modèle

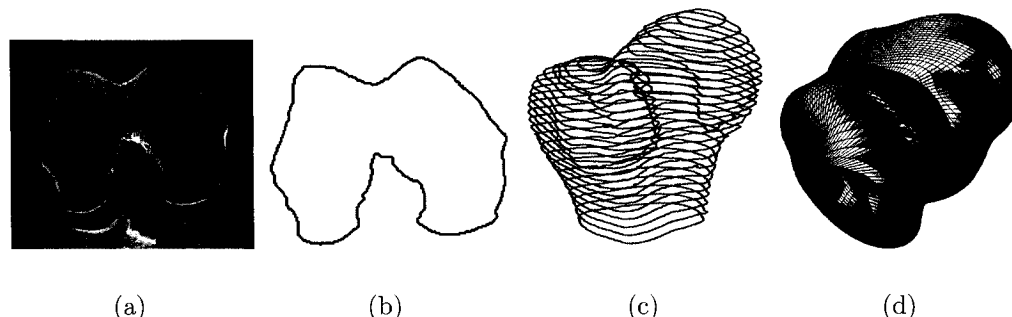


Figure 2.2 Chaîne de traitements numériques proposés (a) Prise de coupes tomographiques et restauration (b) Segmentation (c) Ensemble des contours osseux (d) Modèle tridimensionnel

numérique du fémur distal servira à réaliser physiquement la prothèse personnalisée à l'aide d'une technologie de prototypage rapide.

La tomographie assistée par ordinateur avec source de rayons-X (*CT Scan*) est retenue comme technique d'imagerie. Elle offre un avantage considérable en ce qui a trait à la précision des contours osseux et au rapport signal à bruit comparative-ment aux autres techniques (Doré, 1987). Par exemple, l'imagerie par résonnance magnétique (IRM) permet de bien observer les tissus mous comme les cartilages mais le contour de l'os est plus difficile à percevoir. Étant donné que les patients qui nous intéressent présentent fort probablement un cartilage abîmé, la tomographie à rayons-X est avantageuse. De plus, à ce jour, les tomographes à rayons-X sont plus facilement accessibles et en nombre plus important en milieu hospitalier que peut l'être la résonnance magnétique.

Une fois les coupes tomographiques prises, le contour osseux de chaque image sera utilisé afin de modéliser en trois dimensions le fémur distal du patient. Une fois le modèle numérique obtenu, plusieurs choix s'offrent concernant la fabrication de la prothèse personnalisée (Grifo, 2005). Par exemple, nous pouvons fabriquer

par prototypage rapide une réplique plastique (ABS) du fémur et procéder comme le Dr. Gariépy en envoyant cette empreinte du fémur distal dans un laboratoire dentaire. Nous pouvons également fabriquer directement en alliage métallique la prothèse personnalisée. En ce sens, certaines compagnies spécialisées en prototypage rapide offrent la fabrication directe de pièces métalliques.

Notre méthode de conception permet de conserver les avantages, cités plus haut, de l'approche utilisée par le Dr. Gariépy tout en éliminant les problèmes engendrés par la première intervention chirurgicale. Également, le caractère moins invasif de l'implantation d'une prothèse qui est personnalisée pour chaque patient laisse entrevoir une diminution des complications post-opératoires et une réhabilitation plus rapide du patient. Tous ces avantages peuvent aussi se traduire par une réduction des coûts indirects associés à une arthroplastie.

### 2.2.1 Difficultés à prévoir

Les travaux de Marval (2001) ont permis d'estimer les paramètres assurant la résistance à la fatigue de la prothèse personnalisée. Ainsi, une erreur d'apposition maximale de 1 mm entre la prothèse et l'os est souhaitable si nous désirons produire une prothèse de faible épaisseur. L'exactitude de l'ajustement de la prothèse de recouvrement à l'os est limitée principalement par la qualité des images tomodensitométriques, les techniques de segmentation isolant le contour osseux et les algorithmes de modélisation tridimensionnelle. En considérant uniquement les dégradations linéaires, les coupes tomographiques reconstruites sont dégradées de deux façons (Doré, 1992). Elles sont affectées par un flou, c'est-à-dire la convolution par la réponse impulsionnelle (*Point Spread Function*, *PSF*) du tomographe ainsi que par un bruit additif. Afin d'alléger la modélisation mathématique, nous posons comme hypothèses :

1. que la PSF est spatialement invariante (Doré et Goussard, 1997). Cette supposition n'est pas tout à fait vérifiée expérimentalement mais l'erreur commise est négligeable (Villain, 1997).
2. qu'un bruit coloré et non gaussien vient s'additionner à la perturbation précédente. Par contre, pour des fins de mise en oeuvre, le bruit additif sera considéré blanc et gaussien (Villain, 1997). Étant donné que le rapport signal à bruit est relativement élevé, cette simplification aura peu d'impact par la suite.

Afin d'assurer que la détection des contours osseux soit précise, il est nécessaire d'améliorer la qualité des coupes tomographiques reconstruites par le tomographe. Le but n'est pas d'améliorer la qualité visuelle des images, mais plutôt d'atténuer l'effet des deux distorsions présentées plus haut. Deux options sont possibles afin d'atténuer ces effets :

1. travailler directement sur les projections du tomographe en tenant compte de l'effet de ces deux distorsions lors de la reconstruction des images ou
2. restaurer les images reconstruites par le tomographe à rayons-X.

L'idéal serait de travailler directement sur les projections du tomographe à rayons-X plutôt que sur les images reconstruites. Ainsi, nous serions en mesure de contrôler davantage les paramètres des méthodes de reconstruction, ce qui permettrait d'obtenir des contours osseux encore plus précis (Allain, 2002). Malheureusement, l'accès aux projections est compliqué puisque les compagnies ne sont pas très favorables à donner ce genre de permission. Nous allons donc retenir la deuxième option et restaurer les images reconstruites par le tomographe à rayons-X.

Une fois les images restaurées, la détection des contours devrait être beaucoup plus précise par rapport aux images originales du tomographe. Les contours osseux seront utilisés pour modéliser en trois dimensions le fémur distal et le fabriquer par prototypage rapide. Afin de bien cibler les obstacles prévisibles, résumons les

grandes étapes de la chaîne de traitements numériques :

1. prise d'images tomodensitométriques au niveau du fémur distal
2. restauration des images tomodensitométriques
3. segmentation des contours osseux
4. modélisation tridimensionnelle du fémur distal
5. fabrication par prototypage rapide

Certaines difficultés sont à prévoir à chacune des étapes mentionnées. Premièrement, plusieurs paramètres de réglages sont disponibles sur les tomographes à rayons-X. Le champ de vision (*Field of view, FOV*) sélectionné, l'algorithme et filtre de reconstruction employés, l'épaisseur du faisceau, l'espace entre les coupes, le mode axial ou hélicoïdal et les angles de capture sont des paramètres susceptibles d'influencer la précision. Deuxièmement, la restauration des images dépend de la modélisation du phénomène de dégradation, la méthode de résolution retenue ainsi que plusieurs paramètres de réglage. Troisièmement, la segmentation devra être rapide et précise étant donné tout le travail de restauration effectué auparavant. Quatrièmement, la modélisation tridimensionnelle est une approximation mathématique basée sur une quantité finie et limitée de points de contour osseux issus de l'imagerie et de la segmentation. Encore une fois, plusieurs paramètres de réglage et choix concernant le modèle mathématique peuvent influencer la précision.

Jusqu'à ce jour, plusieurs collaborateurs ont travaillé sur différentes étapes de la chaîne de traitements proposée : Doré (1987, 1992), Villain (1997), Famibelle (1999), Allain (1996, 2002). Or, la précision globale de cette chaîne n'a jamais été quantifiée jusqu'à maintenant. La contribution du présent projet se situe principalement en ce qui a trait à l'optimisation des étapes de restauration des images tomographiques, de segmentation des contours osseux et de reconstruction tridimensionnelle. L'évaluation de la précision de cette chaîne de traitement et la recherche des paramètres optimaux à chacune des étapes.

## CHAPITRE 3

### TRAITEMENT DES IMAGES

L'objectif de ce chapitre est de présenter les premières étapes de la chaîne complète de traitements numériques : restauration des images et segmentation des contours osseux. La contribution du présent chapitre se situe principalement au niveau de la critique, de l'optimisation et de l'intégration des différentes méthodes utilisées par notre groupe de recherche jusqu'à ce jour. À ce stade-ci de la chaîne de traitements, on peut considérer que les données entrantes sont les images tomодensitométriques reconstruites par le tomographe à rayons-X et que les données sortantes sont les points de contour osseux qui serviront par la suite à construire le modèle tridimensionnel du fémur distal.

#### 3.1 Restauration

La restauration d'images prend racine dans le cadre du développement des programmes spatiaux américain et soviétique dans les années 1950–1960 (Villain, 1997). Les contraintes (vibrations, rotations) imposées sur le matériel photographique engendraient de nombreuses dégradations et réduisaient la valeur scientifique des photographies obtenues. Pour la première fois, il devenait important de récupérer le maximum d'information de l'image dégradée. On a ainsi utilisé les techniques de traitement de signal unidimensionnel pour les adapter à deux dimensions.

L'objectif de la restauration d'images est de retrouver la scène originale alors que

tout ce dont on dispose est une image dégradée et le modèle de dégradation. Négligeant les phénomènes non-linéaires, le tomographe à rayons-X induit deux distorsions dans le processus de formation des images (Doré, 1992) :

- la convolution avec la réponse impulsionnelle bidimensionnelle (*Point Spread Function, PSF*) non ponctuelle du tomographe,
- la présence d'un bruit aléatoire additif.

Tel que mentionné au chapitre précédent, on fait l'hypothèse que la PSF est spatialement invariante (Doré et Goussard, 1997). On sait que cette supposition n'est pas vérifiée mais l'erreur commise reste négligeable (Villain, 1997). De plus, le bruit aléatoire est coloré et non gaussien et vient s'ajouter à la perturbation précédente. Afin de simplifier la mise en oeuvre, le bruit additif sera considéré blanc et gaussien (Villain, 1997). Le rapport signal à bruit étant relativement élevé, cette simplification aura peu d'influence.

La figure 3.1 présente la modélisation des dégradations linéaires considérées. L'image

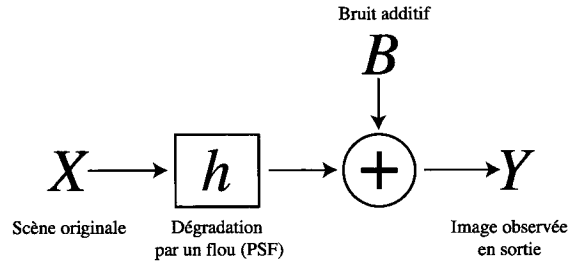


Figure 3.1 Modèle de dégradation des données

en sortie peut s'écrire comme :

$$Y(i, j) = \sum_{(k, l) \in L} h(i - k, j - l) X(k, l) + B(i, j) \quad (3.1)$$

soit

$$\mathbf{Y} = \mathbf{h} * \mathbf{X} + \mathbf{B} \quad (3.2)$$

Quant à elle, la figure 3.2 présente un exemple de réponse impulsionnelle estimée d'un tomographe à rayons-X. Cette modélisation linéaire est le point de départ des

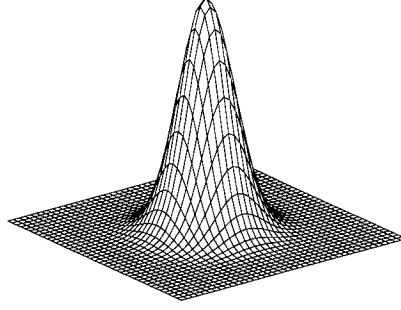


Figure 3.2 Réponse impulsionnelle estimée d'un tomographe à rayons-X (Doré, 1992)

méthodes de restauration d'images qui seront abordées au cours des prochaines sections.

En traitement de signal, modéliser un canal de transmission introduisant des distorsions, des interférences ou des signaux parasites correspond à la résolution d'un problème direct (Idier *et al.*, 2000). À l'opposé, reconstituer la forme d'un signal à l'entrée du canal à partir de mesures effectuées en sortie est un problème inverse. Dans le cas qui nous intéresse, les données en sortie sont des images tomographiques en deux dimensions représentant les coupes du genou. Ce sont des images numériques que l'on peut décrire avec une matrice  $\mathbf{Y} = Y(i, j)$ . On peut aussi exprimer les données en entrée aussi sous forme matricielle  $\mathbf{X} = X(i, j)$ . La PSF, notée  $h$ , est supposée connue et invariante spatialement. En pratique, la PSF de chaque tomographe est estimée avant de procéder aux manipulations (Doré, 1992).

L'objectif est donc de retrouver l'objet original  $\mathbf{X}$ , d'où l'appellation problème inverse, à partir des mesures en sortie  $\mathbf{Y}$ , du modèle de dégradation  $\mathbf{h}$  et une hypothèse sur la forme du bruit  $\mathbf{B}$ . L'équation 3.2, réécrite sous forme matricielle,

devient :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b} \quad (3.3)$$

où  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{b}$  sont respectivement les vecteurs image, objet et bruit. La matrice  $\mathbf{H}$  est appelée matrice de convolution. Nous savons que le bruit additif est coloré et non gaussien mais, pour des fins de mise en oeuvre, ce bruit additif est considéré blanc et gaussien, c'est-à-dire modélisé par un champ de variables aléatoires indépendantes qui suivent une loi normale centrée de variance donnée (Villain, 1997). Encore une fois, l'erreur commise reste négligeable.

### 3.1.1 Méthodes classiques en restauration d'images

#### 3.1.1.1 Minimisation matricielle sans contrainte du critère des moindres carrés

Partant de l'équation 3.2, on peut exprimer le bruit par rapport à ce que l'on connaît du phénomène de dégradation :

$$\mathbf{b} = \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x} \quad (3.4)$$

En l'absence de connaissances très précises sur le bruit, nous pouvons simplement supposer que la norme du terme représentant le bruit est très petite. On cherche alors l'estimé  $\hat{\mathbf{x}}_0$  tel que

$$\|\mathbf{b}\|^2 = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 \quad (3.5)$$

soit minimum. Avec cette hypothèse, la solution du problème inverse est l'image  $\mathbf{x}$  qui, une fois transformée par le tomographe en  $\mathbf{H}\mathbf{x}$ , est la plus proche de l'image dégradée  $\mathbf{y}$ . Pour mesurer la proximité entre  $\mathbf{H}\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$ , on utilise souvent, par simplicité, une distance quadratique. Avec cette mesure, la solution estimée  $\hat{\mathbf{x}}_0$  est



celle qui minimise le critère des moindres carrés :

$$J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 \quad (3.6)$$

On peut facilement montrer, en annulant le gradient  $\partial J(\mathbf{x})$  par rapport à  $\mathbf{x}$ , que la solution exacte de la minimisation du problème des moindres carrés prend la forme classique (Gonzalez et Woods, 1992) :

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (3.7)$$

L'inversion matricielle directe permet l'écriture explicite de l'objet original directement en fonction des données en sortie. C'est une méthode simple fréquemment utilisée pour résoudre des problèmes linéaires sans information *a priori*. Pour une image dégradée sans bruit additif, la solution exacte 3.7 permet de retrouver la scène originale. Examinons le résultat présenté à la figure 3.3. L'image restaurée

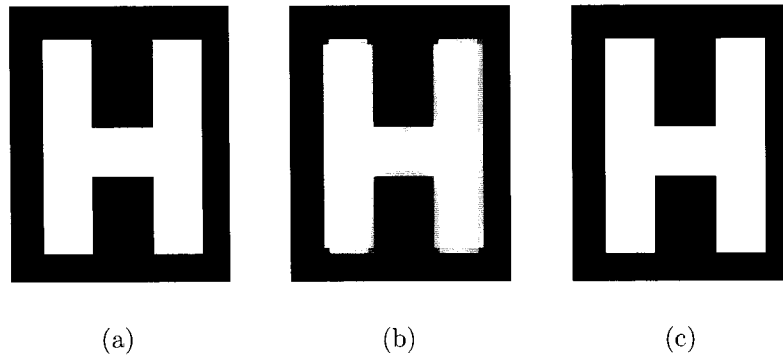


Figure 3.3 Minimisation du critère des moindres carrés sans bruit additif (a) Image originale à retrouver (b) Image dégradée (floue mais sans bruit additif) (c) Image restaurée

correspond bien à l'image originale et on peut dire que le problème inverse a été bien résolu. Par contre, une méthode de résolution inverse crédible doit présenter un minimum de robustesse vis-à-vis d'une modélisation imparfaite du problème

direct. Ajouter du bruit pseudo-aléatoire sur les données simulées est une façon de tester cette robustesse (Idier *et al.*, 2000). Examinons de plus près, à la figure 3.4, la robustesse du critère des moindres carrés en présence d'un bruit blanc gaussien. On constate que la minimisation du critère des moindres carrés est très sensible au bruit.

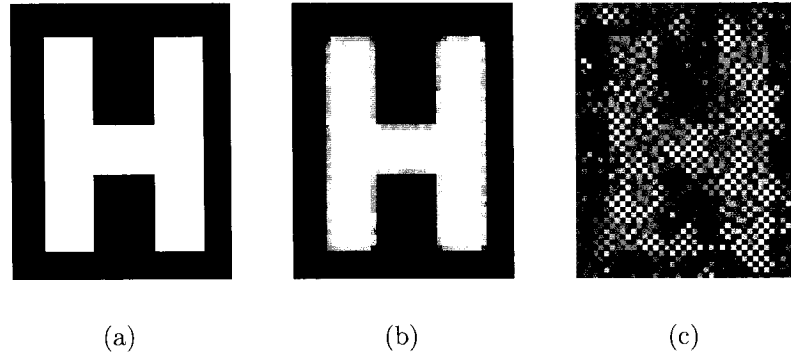


Figure 3.4 Minimisation du critère des moindres carrés en présence d'un bruit additif (a) Image originale à retrouver (b) Image dégradée (floue et bruitée, avec un RSB de 20 dB) (c) Image restaurée

En termes d'optimisation, la matrice  $\mathbf{H}$  est dite « mal conditionnée », c'est-à-dire que le nombre de condition  $\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}$  est très grand ( $\sigma_{max}$  et  $\sigma_{min}$  désignant les valeurs propres maximale et minimale de la matrice  $\mathbf{H}$ ). Ainsi, l'estimé  $\hat{\mathbf{x}}_0$  devient très instable vis-à-vis du bruit. Si l'on tient compte du bruit lors de la minimisation du critère des moindres carrés, l'instabilité s'exprime comme suit (Husse, 2004) :

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{x}}_0 &= (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \\
 &= (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{b}) \\
 &= (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{b} \\
 &= \mathbf{x} + (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{b}
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Le terme  $(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T$  vient donc amplifier le bruit lorsque la matrice  $\mathbf{H}$  est

mal conditionnée. Jusqu'à présent, nous avons travaillé le problème de façon algébrique en exprimant la minimisation du critère des moindres carrés sous forme matricielle. Nous verrons qu'il est également possible de restaurer la scène originale en travaillant dans le domaine fréquentiel. En ce sens, la formulation générale de la solution des moindres carrés sous contraintes, présentée à l'équation 3.13, peut également s'appliquer dans le cadre du filtrage inverse, présenté ci-après.

### 3.1.1.2 Filtrage inverse

En utilisant les propriétés du produit de convolution et en passant dans le domaine fréquentiel (Gonzalez et Woods, 1992), on peut écrire :

$$\widehat{\mathbf{X}(\mu, \nu)}_0 = \frac{\mathbf{Y}(\mu, \nu)}{\mathbf{H}(\mu, \nu)} \quad (3.9)$$

Or, il est possible de restaurer l'image originale  $\mathbf{X}(l, c)$  en considérant la dégradation linéaire  $\mathbf{h}$ , la PSF, comme un filtre et en effectuant une transformée de Fourier inverse (Gonzalez et Woods, 1992) :

$$\widehat{\mathbf{X}(l, c)}_0 = \mathcal{F}^{-1} \left[ \frac{\mathbf{Y}(\mu, \nu)}{\mathbf{h}(\mu, \nu)} \right] \quad (3.10)$$

Regardons de plus près, grâce à la figure 3.5, la robustesse de cette restauration par filtrage inverse en présence de bruit. On observe que le filtrage inverse est très sensible au bruit et que l'image restaurée n'est pas du tout adéquate.

Comment expliquer cette sensibilité face au bruit ? En réécrivant l'équation 3.9 sous la forme :

$$\widehat{\mathbf{X}(\mu, \nu)}_0 = \mathbf{X}(\mu, \nu) + \frac{\mathbf{B}(\mu, \nu)}{\mathbf{h}(\mu, \nu)} \quad (3.11)$$

Cette expression montre clairement que si le terme  $\mathbf{h}(\mu, \nu)$  est constitué d'éléments

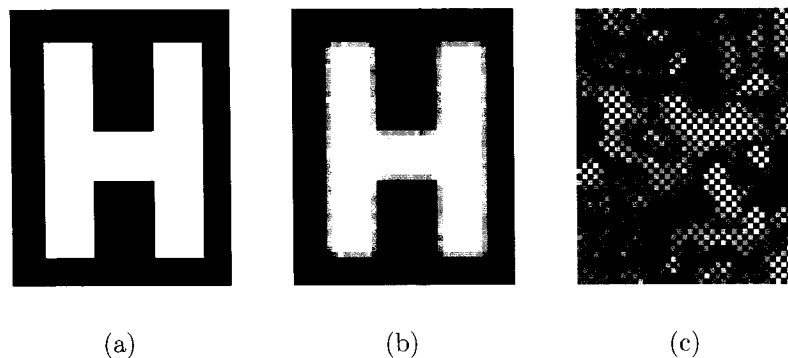


Figure 3.5 Restauration par filtrage inverse en présence d'un bruit additif (a) Image originale à retrouver (b) Image dégradée (floue et bruitée, avec un RSB de 20 dB) (c) Image restaurée

approchant la valeur zéro, le bruit  $\mathbf{B}(\mu, \nu)$  sera amplifié. La figure 3.6 présente la transformée de Fourier de notre PSF. Formée de plusieurs éléments près de zéro,

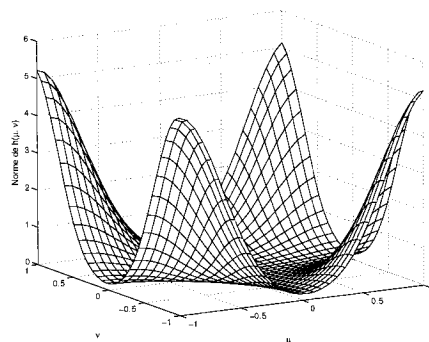


Figure 3.6 Norme de la transformée de Fourier  $\mathbf{h}(\mu, \nu)$  de la PSF

le terme  $\mathbf{h}(\mu, \nu)$  fait en sorte que l'image restaurée est complètement dominée par le bruit. On constate que le filtrage inverse et la minimisation sans contrainte du critère des moindres carrés ont un comportement très similaire étant donné leur grande sensibilité face au bruit. Ce comportement est typique d'un problème que l'on qualifie de « mal posé » dans la littérature.

### 3.1.2 Problème mal posé

Hadamard a défini trois conditions pour qu'un problème mathématique soit *bien posé* (Idier *et al.*, 2000) :

- pour chaque donnée  $y$  dans une classe définie  $\mathcal{Y}$ , il existe une solution  $x$  dans une classe prescrite  $\mathcal{X}$ , (*existence*)
- la solution est unique dans  $\mathcal{X}$  (*unicité*)
- la dépendance de  $x$  par rapport à  $y$  est continue, c'est-à-dire que lorsque l'erreur  $\delta y$  sur la donnée  $y$  tend vers zéro, l'erreur  $\delta x$  induite sur la solution  $x$  tend aussi vers zéro (*continuité*)

Dans le cadre qui nous intéresse, c'est-à-dire la détermination de  $x$  tel que  $y = \mathcal{H}x$ , les trois conditions précédentes sont équivalentes à (Demoment, 1989) :

- $y \in \text{Im}(\mathcal{H})$
- $\text{Ker}(\mathcal{H}) = 0$
- $\text{Im}(\mathcal{H})$  est un espace fermé

où  $\text{Im}(\mathcal{H})$  et  $\text{Ker}(\mathcal{H})$  désignent l'image et le noyau de l'opérateur linéaire  $\mathcal{H}$ .

Dans le cas de notre PSF  $h$ , l'opérateur  $\mathcal{H}$ , c'est-à-dire la matrice de convolution  $\mathbf{H}$ , est borné et compact (Villain, 1997). De toute façon, la résolution d'un problème physique demande en général que les deux premières conditions soient remplies, c'est-à-dire l'existence et l'unicité. La troisième condition, l'exigence de continuité, est reliée à la robustesse de la solution trouvée. En général, l'image  $\text{Im}(\mathcal{H})$  d'un opérateur borné et compact n'est pas fermée et la troisième condition n'est pas vérifiée. Dans le cas particulier où  $\mathcal{H}$  est de dimension finie, ce qui est notre cas puisque l'opérateur linéaire est la matrice de convolution  $\mathbf{H}$ ,  $\text{Im}(\mathbf{H})$  est fermée et nous avons un problème bien posé. Cependant, l'opérateur linéaire peut être mal conditionné, c'est-à-dire qu'une légère variation sur  $\mathbf{A}$  ou  $\mathbf{B}$  d'une équation linéaire

$\mathbf{Ax} = \mathbf{B}$  entraîne une forte variation sur le résultat  $\mathbf{x}$ . Ce mauvais conditionnement de l'opérateur  $\mathcal{H}$  vient ainsi compromettre le critère continuité. Il est donc normal d'observer qu'un faible bruit sur les données soit amplifié sur la solution. Pour mieux comprendre, on peut faire l'analogie entre la PSF et un filtre passe bas. L'opération inverse se compare donc à un filtre passe haut venant ainsi amplifier le bruit et les discontinuités. Dans la suite du travail, nous ne ferons pas de différence entre un problème mal conditionné ou mal posé.

Un compromis possible est de redéfinir le problème inverse afin de le stabiliser et le rendre bien posé. La régularisation est une solution possible afin d'arriver à une stabilisation suffisante du problème pour qu'il devienne bien posé. Cette régularisation a, comme principal objectif, de réduire le flou occasionné par la PSF sans toutefois amplifier le bruit, comme c'était le cas avec les approches classiques présentées plus haut.

### 3.1.3 Approches régularisées simples en restauration d'images

#### 3.1.3.1 Minimisation matricielle sous contraintes du critère des moindres carrés

Pour tenter de pallier cette instabilité, il est possible d'ajouter une contrainte supplémentaire lors de la minimisation du critère des moindres carrés (Gonzalez et Woods, 1992). En ce sens, on peut chercher l'estimé  $\hat{\mathbf{x}}_0$  tel que

$$\begin{cases} \|\mathbf{b}\|^2 = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 & \text{soit minimum} \\ \|\mathbf{Q}\mathbf{x}\|^2 & \text{soit minimum} \end{cases} \quad (3.12)$$

où  $\mathbf{Q}$  est un opérateur linéaire sur  $\mathbf{x}$ . Cette nouvelle approche permet une certaine souplesse lors de la restauration car le choix de la contrainte  $\mathbf{Q}$  conduit à différentes

solutions. Ce nouveau critère des moindres carrés, restreint par l'opérateur linéaire  $\mathbf{Q}$ , peut s'écrire sous la forme (Gonzalez et Woods, 1992) :

$$J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Q}\mathbf{x}\|^2 + \alpha(\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 - \|\mathbf{b}\|^2) \quad (3.13)$$

où  $\alpha$  est une constante, nommée *multiplieur de Lagrange*, permettant de pondérer l'influence de la contrainte. En annulant encore une fois le gradient  $\partial J(\mathbf{x})$  par rapport à  $\mathbf{x}$ , on montre facilement que la solution exacte de la minimisation du critère des moindres carrés, avec contrainte linéaire  $\mathbf{Q}$ , s'écrit :

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \lambda \mathbf{Q}^T \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (3.14)$$

avec  $\lambda = \frac{1}{\alpha}$ .

Par exemple, l'utilisation de la matrice identité  $\mathbf{I}$  comme contrainte linéaire  $\mathbf{Q}$  viendra « stabiliser » la solution, voir figure 3.7, en présence de bruit. On constate que l'image restaurée sous contraintes est beaucoup plus stable en présence de bruit que celle présentée à la figure 3.4. Par contre, malgré cette plus grande stabilité, il n'en demeure pas moins que l'image restaurée reste dominée par le bruit.

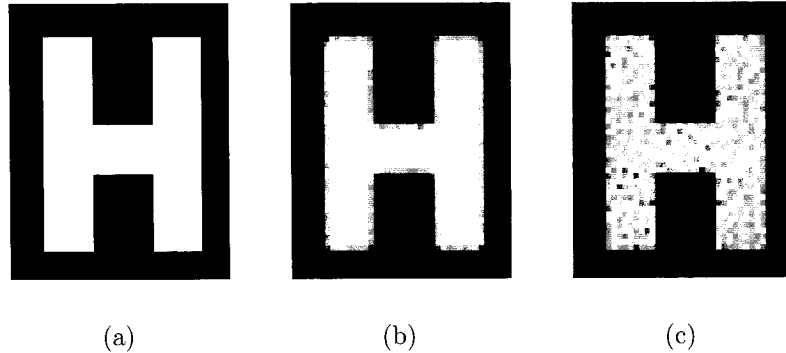


Figure 3.7 Minimisation sous contraintes, avec  $\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} = \mathbf{I}$  et  $\lambda = 0,01$ , du critère des moindres carrés en présence d'un bruit additif (a) Image originale à retrouver (b) Image dégradée (floue et bruitée, avec un RSB de 20 dB) (c) Image restaurée

Une autre possibilité afin de lisser la solution estimée et réduire l'effet du bruit est l'utilisation d'une fonction dérivée du second ordre comme contrainte linéaire  $\mathbf{Q}$ . Dans ce cas, la solution du critère des moindres carrés devra également satisfaire la condition (Gonzalez et Woods, 1992) :

$$\text{minimiser } \left\{ \frac{\partial^2 \mathbf{X}(l, c)}{\partial l^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{X}(l, c)}{\partial c^2} \right\} \quad (3.15)$$

où  $\mathbf{X}$  représente une image en deux dimensions,  $l$  les indices lignes de l'image et  $c$  les indices colonnes. Cette dérivée seconde peut être approximée par la convolution de l'image originale  $\mathbf{X}$  avec l'opérateur Laplacien discret :

$$\text{Laplacien} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Faisant abstraction du développement mathématique, présenté dans *Digital Image Processing* (Gonzalez et Woods, 1992), regardons, à la figure 3.8, la performance de cette nouvelle approche sous contraintes. On constate que, malgré une mise en oeuvre légèrement plus complexe, l'image obtenue n'est pas vraiment de meilleure qualité que celle restaurée en considérant simplement la matrice identité  $\mathbf{I}$  comme contrainte linéaire. Certes, l'image restaurée n'est plus dominée par le bruit mais le flou occasionné par la PSF est toujours présent sur le contour de l'image.

### 3.1.3.2 Filtre de Wiener

Utilisant la même stratégie que le filtrage inverse, il est également possible de restaurer la scène originale en travaillant dans le domaine fréquentiel mais en y ajoutant une contrainte supplémentaire. De façon similaire à la minimisation du critère des moindres carrés, cette contrainte supplémentaire porte sur la corrélation



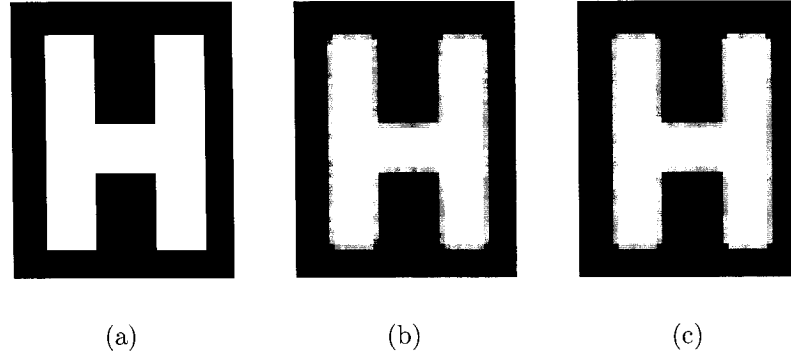


Figure 3.8 Minimisation sous contraintes, avec Laplacien discret, du critère des moindres carrés en présence d'un bruit additif (a) Image originale à retrouver (b) Image dégradée (floue et bruitée, avec un RSB de 20 dB) (c) Image restaurée

entre l'image à restaurer  $\mathbf{x}$  et le bruit  $\mathbf{b}$ . En approximant cette corrélation par des matrices diagonales (Gonzalez et Woods, 1992) et en effectuant quelques manipulations mathématiques, on obtient la restauration sous contraintes, désignée dans la littérature par *filtre de Wiener*, suivante :

$$\widehat{\mathbf{X}(\mu, \nu)}_0 \approx \left[ \frac{1}{\mathbf{h}(\mu, \nu)} \frac{|\mathbf{h}(\mu, \nu)|^2}{|\mathbf{h}(\mu, \nu)|^2 + K} \right] \mathbf{Y}(\mu, \nu) \quad (3.17)$$

où  $K$  est une constante. En calculant la transformée inverse, on trouve l'image restaurée  $\mathbf{X}(l, c)$ . Examinons, à la figure 3.9 comment se comporte la méthode en présence d'un rapport signal à bruit de 20 décibels. La restauration avec le filtre de Wiener donne un résultat intéressant. La méthode est beaucoup plus stable en présence de bruit si l'on compare avec le filtrage inverse, à la figure 3.5. Par contre, l'image restaurée est à toute fin pratique identique à celle restaurée par la minimisation matricielle sous contraintes (avec  $\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} = \lambda$ ) du critère des moindres carrés. En fait, il est possible de démontrer que le filtre de Wiener et le critère sous contraintes des moindres carrés, en prenant  $\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} = \lambda$ , approchent la même solution.

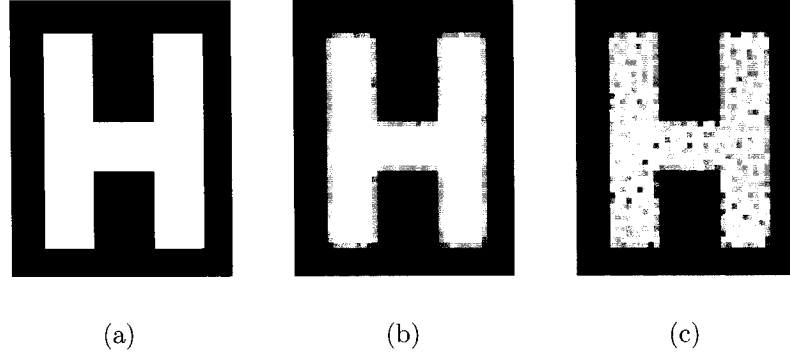


Figure 3.9 Restauration par filtre de Wiener (avec  $K = 0, 2$ ) en présence d'un bruit additif (a) Image originale à retrouver (b) Image dégradée (floue et bruitée, avec un RSB de 20 dB) (c) Image restaurée

Jusqu'à maintenant, les méthodes classiques en restauration d'image et leur version régularisée n'ont pas permis de retrouver de scène originale où le bruit n'est pas dominant et où l'effet de la PSF est atténué.

#### 3.1.4 Approche régularisée avec pénalisation de type $L_2L_1$

Les formulations énoncées précédemment considéraient uniquement un objet déterministe auquel vient s'ajouter un bruit aléatoire. Notre approche régularisée consiste à exprimer l'ensemble du phénomène de dégradation en termes d'une probabilité conditionnelle :

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{y})p(\mathbf{y}) = p(\mathbf{y}|\mathbf{x})p(\mathbf{x}) \quad (3.18)$$

Dans ce contexte,  $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$  est une densité de probabilité provenant de la connaissance du phénomène physique conduisant de  $\mathbf{x}$  à  $\mathbf{y}$  ( $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b}$  dans notre cas). Cette densité donne les probabilités des images possibles  $\mathbf{y}$  en fonction d'un objet de départ donné  $\mathbf{x}$ . Également, la probabilité  $p(\mathbf{x}|\mathbf{y})$  est dite « probabilité *a posteriori* » car elle décrit les probabilités des objets de départs possibles de  $\mathbf{x}$  étant donné l'image observée  $\mathbf{y}$ .

Avec cette formulation, deux approches classiques permettent d'estimer  $\mathbf{x}$  : maximum de vraisemblance et maximum *a posteriori*. La première ne demande aucune connaissance *a priori* de  $\mathbf{x}$ . La méthode consiste à choisir comme estimateur de  $\mathbf{x}$  la valeur qui donne la plus grande probabilité à l'image  $\mathbf{y}$  réellement obtenue connaissant  $\mathbf{x}$  (Villain, 1997). Cet estimateur est connu sous « maximum de vraisemblance » (MV) et donné par :

$$\hat{\mathbf{x}}_{MV} = \arg \max_{\mathbf{x}} p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \quad (3.19)$$

L'équation 3.19 stipule que l'on cherche un objet de départ  $\hat{\mathbf{x}}$  maximisant notre connaissance du phénomène de dégradation, c'est-à-dire la probabilité conditionnelle  $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ . On a constaté que ce type de restauration basée uniquement sur la connaissance du phénomène de dégradation était très sensible au bruit. Par exemple, le critère des moindres carrés recherche l'estimé  $\hat{\mathbf{x}}$  minimisant  $\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2$ , basée uniquement sur le modèle de dégradation par la PSF :  $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}$ . Plutôt que de retrouver un objet de départ  $\mathbf{x}$  moins flou, le bruit était grandement amplifié.

La seconde méthode d'estimation recherche l'objet  $\mathbf{x}$  le plus probable connaissant  $\mathbf{y}$ . La loi de Bayes découle directement de la relation :

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{x})p(\mathbf{x})}{p(\mathbf{y})} \quad (3.20)$$

Dans le cas qui nous intéresse, l'image  $\mathbf{y}$  est connue puisqu'elle représente l'image dégradée reconstruite par le tomographe à rayons-X. On peut donc remplacer la probabilité  $p(\mathbf{y})$  par un terme constant étant donné que la valeur exacte de la probabilité  $p(\mathbf{y})$  n'aura pas d'influence sur l'estimation de l'objet de départ  $\mathbf{x}$ . En posant  $p(\mathbf{y})$  constante, on peut écrire :

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \propto p(\mathbf{y}|\mathbf{x})p(\mathbf{x}) \quad (3.21)$$

L'estimateur du maximum *a posteriori* (MAP) s'écrit :

$$\hat{\mathbf{x}}_{MAP} = \arg \max_{\mathbf{x}} p(\mathbf{y}|\mathbf{x})p(\mathbf{x}) \quad (3.22)$$

La probabilité  $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$  demande toujours une bonne connaissance du phénomène physique permettant d'aller de  $\mathbf{x}$  à  $\mathbf{y}$ , comme c'était le cas à l'équation 3.19. Par contre, la méthode se distingue par l'introduction d'une information, appelée *a priori*, sur l'objet initial  $\mathbf{x}$ . Cette information *a priori*  $p(\mathbf{x})$  est l'élément qui permettra de réduire l'instabilité causée par le bruit. Il faut souligner que ces connaissances de l'objet de départ  $\mathbf{x}$  ne dépendent aucunement du phénomène de dégradation. Dans notre cas, nous savons *a priori* que l'objet de départ  $\mathbf{x}$  représente des coupes tomographiques du fémur distal. Ainsi, nous possédons *a priori* des connaissances sur le fémur distal :

- La densité des tissus mous entourants le fémur distal est relativement constante
- L'intérieur de l'os fémoral distal est spongieux avec une densité osseuse plus ou moins constante
- L'os cortical situé en périphérie, séparant ainsi les deux milieux, est épais comparativement à l'étendue de la PSF.

Ces connaissances *a priori* de l'objet de départ  $\mathbf{x}$  seront exprimées sous forme mathématique afin de stabiliser la solution en présence de bruit.

La formulation du problème  $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{b}$  en modèle probabiliste gaussien (Villain, 1997) permet de poser que l'estimateur  $\hat{\mathbf{x}}_{MAP}$  de  $\mathbf{x}$  permettant de renforcer ces connaissances *a priori* est celui venant minimiser le critère  $J(\mathbf{x})$  suivant :

$$J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda F(\mathbf{x}) \quad (3.23)$$

où  $\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2$  représente le terme de fidélité aux données observées (phénomène physique),  $F(\mathbf{x})$  la fidélité aux connaissances *a priori* sur l'objet  $\mathbf{x}$  et  $\lambda$ , la constante

de régularisation. En se référant aux connaissances *a priori* présentées plus haut, nous cherchons donc à préserver les discontinuités de l'image tout en respectant les régions où la densité est uniforme. Soulignons que la préservation de ces discontinuités est essentielle dans le cadre de nos travaux puisqu'elles représentent le contour osseux, élément fondamental lors de modélisation tridimensionnelle du fémur distal. En ce sens, la fonction  $F(\mathbf{x})$  devra donc pénaliser les solutions  $\hat{\mathbf{x}}$  qui ne favorisent pas ces connaissances *a priori*. Pour y arriver,  $F(\mathbf{x})$  sera décomposée en fonction des potentiels d'interaction entre pixels voisins.

Appelons  $u_c$  la variable sur laquelle opère le potentiel d'interaction entre une paire de pixels, c'est-à-dire le gradient discret entre deux pixels  $r$  et  $s$  :

$$u_c = \frac{x_r - x_s}{d(r, s)} \quad (3.24)$$

où  $x_r - x_s$  est la différence entre les intensités lumineuses des deux pixels et  $d(r, s)$  la distance euclidienne entre ces derniers.

Ce potentiel d'interaction  $u_c$  sera déterminant en ce qui a trait à la fidélité des connaissances *a priori* et la complexité du critère à minimiser. On peut résumer le choix du potentiel d'interaction à trois possibilités illustrées par la figure 3.10 :

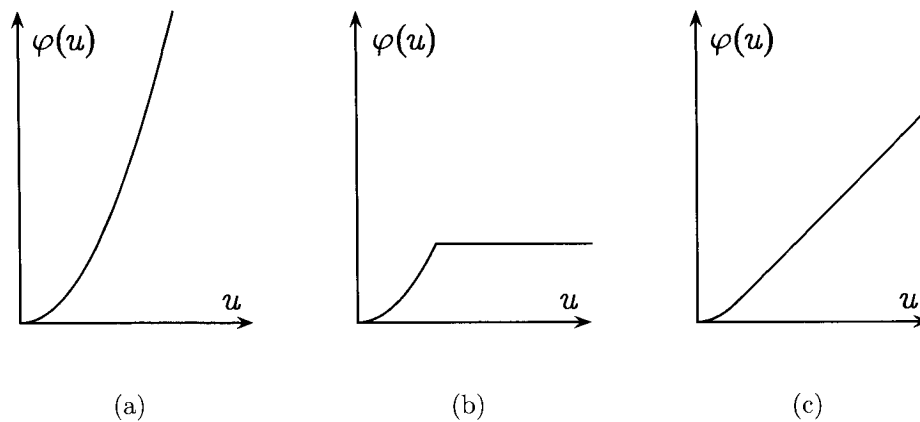


Figure 3.10 Différents potentiels d'interaction (Villain, 1997) (a) Potentiel quadratique (b) Potentiel quadratique tronqué (c) Compromis convexe

1. un potentiel quadratique qui est le plus simple car il permet d'exprimer le critère à minimiser sous forme explicite. Par contre, le potentiel pénalise fortement les grandes différences entre pixels voisins imposant ainsi des transitions douces alors que nous cherchons des contours francs ;
2. un potentiel quadratique tronqué qui décrit exactement ce que nous cherchons, c'est-à-dire des zones uniformes assurées par la région quadratique et des discontinuités nettes imposées par la région tronquée. Le fait que cette fonction ne soit pas convexe entraîne une difficulté considérable de mise en oeuvre ;
3. un potentiel qui exprime un compromis entre les deux extrêmes précédents. Le potentiel doit être convexe, pénaliser les petites variations locales pour modéliser les zones homogènes (région quadratique de la courbe), mais ne pas trop pénaliser les grandes différences associées à des discontinuités nettes entre les zones (région linéaire de la courbe).

Le compromis retenu est équivalent à  $u^2$  (quadratique  $L_2$ ) lorsque  $u \rightarrow 0$ , ce qui assure une convergence très rapide près de l'origine, et à celui de  $u$  (linéaire  $L_1$ )

lorsque  $u \rightarrow \infty$ . Ce potentiel d'interaction peut se définir par la fonction de pénalisation :

$$\varphi(u) = \sqrt{\delta^2 + u^2} \quad (3.25)$$

où  $\delta$  est un paramètre d'échelle de la fonction de pénalisation.

Cette pénalisation s'effectue selon les différences premières horizontales, verticales et diagonales dans le plan de la coupe à restaurer. Étant donné que Villain *et al.* (2003) ont démontré qu'une formulation tridimensionnelle du problème de restauration apportait une précision supplémentaire, nous allons également considérer les différences entre le pixel de la coupe courante et les pixels des deux coupes adjacentes. Or, afin de permettre une résolution en un temps raisonnable, on ne retient que les huit plus proches voisins dans la coupe courante plus les deux voisins des coupes adjacentes (figure 3.11).

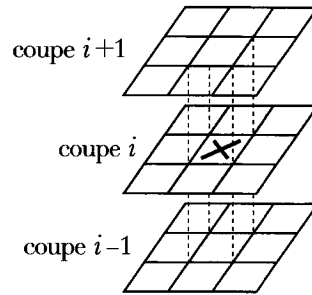


Figure 3.11 Différences  $u_c$  entre le pixel courant et ses pixels voisins (Villain, 1997)

Ainsi, le critère  $J(\mathbf{x})$  à minimiser prend la forme :

$$J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda \sum_c \sqrt{\delta^2 + u_c^2} \quad (3.26)$$

Le critère est convexe ce qui permet une résolution numérique du problème. Afin de minimiser efficacement le critère  $J(\mathbf{x})$  de façon itérative, nous allons utiliser une stratégie intéressante, proposée par Geman et Yang (1995) et Geman et Reynolds

(1992), c'est-à-dire l'introduction de variables auxiliaires et un processus dual de minimisation.

### 3.1.4.1 Geman et Yang

La stratégie tire parti de l'analyse convexe et l'utilisation de la *transformation de Legendre*. Tout d'abord, définissons les termes utilisés pour l'analyse convexe (Husse, 2004). La fonction  $f^*$  est la fonction convexe conjuguée de  $f$  si

$$f^* = \sup_{u \in \mathbb{R}} \{uv - f(u)\} \quad (3.27)$$

L'application  $f \rightarrow f^*$  se nomme *transformation de Legendre*. On peut étendre ce principe et parler de deux fonctions  $f_\phi$  et  $g_\psi$  *convexes conjuguées* si :

$$\begin{cases} f_\phi(u) = \sup_v \{uv - g_\psi(v)\} \\ g_\psi \text{ convexe} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g_\psi(v) = \sup_u \{uv - f_\phi(u)\} \\ f_\phi \text{ convexe} \end{cases} \quad (3.28)$$

Selon Geman et Yang (1995), on pose :

$$\begin{aligned} f_\phi(u) &= \frac{u^2}{2} - \phi(u) \\ \text{et } g_\psi(v) &= \frac{v^2}{2} + \psi(v) \end{aligned} \quad (3.29)$$

et ainsi montrer que :

$$\begin{aligned} \phi(u) &= \inf_v \left\{ \frac{(u-v)^2}{2} + \psi(v) \right\} \\ \text{et } \psi(v) &= \sup_u \left\{ \frac{-(u-v)^2}{2} + \phi(u) \right\} \end{aligned} \quad (3.30)$$



Ainsi, le critère  $J(\mathbf{x})$  peut aussi s'écrire sous la forme augmentée :

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda \sum_{c \in \mathcal{C}_2} \left\{ \frac{(u_c - v_c)^2}{2} + \psi(v_c) \right\} \quad (3.31)$$

Présenté dans Villain (1997) et Allain (2002), la minimisation du critère  $J(\mathbf{x})$  revient à minimiser le critère augmenté  $J(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  en deux étapes successives :

1. Minimisation par rapport aux variables auxiliaires  $\mathbf{v}$  en fixant les pixels  $\mathbf{x}$
2. Minimisation par rapport aux pixels  $\mathbf{x}$  en fixant les variables auxiliaires  $\mathbf{v}$

Ainsi, dans une première étape, on cherche  $\hat{v}_c$  tel que :

$$\left. \frac{\partial J(\mathbf{x}, \mathbf{v})}{\partial v_c} \right|_{\hat{v}_c} = 0 \quad (3.32)$$

ce qui revient à chercher  $\hat{v}_c$  tel que :

$$\left. \frac{\partial \left\{ \frac{(u_c - v_c)^2}{2} + \psi(v_c) \right\}}{\partial v_c} \right|_{\hat{v}_c} = 0 \quad (3.33)$$

On montre facilement :

$$\hat{v}_c = u_c - \phi'(u_c) \quad (3.34)$$

Avec notre fonction de pénalisation  $\varphi(u) = \sqrt{\delta^2 + u^2}$ , on a finalement, pour la mise à jour des variables auxiliaires, l'équation :

$$\hat{v}_c = u_c - \frac{u_c}{2\sqrt{\delta^2 + u_c^2}} \quad (3.35)$$

En ce qui concerne la deuxième étape de minimisation par rapport aux pixels, on cherche à trouver  $\hat{\mathbf{x}}$  tel que :

$$\left. \nabla J(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \right|_{\hat{\mathbf{x}}} = 0 \quad (3.36)$$

En écrivant  $\sum_{c \in \mathcal{C}_2} \frac{(u_c - v_c)^2}{2}$  sous forme matricielle  $\frac{1}{2} \|\mathbf{D}\mathbf{x} - \mathbf{v}\|^2$  où  $\mathbf{D}$  est appelée matrice des différences et  $\mathbf{v}$  le vecteur contenant les variables auxiliaires  $v_c$ , on trouve facilement :

$$\hat{\mathbf{x}} = \left( \mathbf{H}^T \mathbf{H} + \frac{\lambda}{2} \sum_i \mathbf{D}_i^T \mathbf{D}_i \right)^{-1} \left( \mathbf{H}^T \mathbf{y} + \frac{\lambda}{2} \sum_i \mathbf{D}_i^T \mathbf{v}_i \right) \quad (3.37)$$

Les indices de sommation  $i$  indiquent simplement que les matrices de différences  $\mathbf{D}_i$  et leurs variables de lignes associées  $\mathbf{v}_i$  peuvent se rapporter à des différences horizontales, verticales ou diagonales dépendamment de la précision et rapidité désirées. Ainsi, la restauration des images se fait par calcul matriciel, en mettant les variables auxiliaires à jour puis les pixels à jour, jusqu'à ce que le critère  $J(\mathbf{x})$  atteigne son minimum. En pratique, on observe le comportement du critère qui détermine un certain nombre d'itérations où le critère ne descend presque plus.

Regardons de plus près, à la figure 3.12, la restauration obtenue en utilisant l'approche régularisée de type Geman et Yang matriciel. Le résultat obtenu est très intéressant comparativement à celui présenté à la figure 3.4. On remarque que la solution est beaucoup plus stable par rapport à celle obtenue avec la minimisation des moindres carrés. La solution trouvée présente une erreur quadratique moyenne de 0,10 % et a convergé après 80 itérations environ. Un problème considérable de la méthode est la nécessité de calculer l'inverse matriciel. La taille de la matrice à inverser dépend de la taille de l'image à restaurer. Ainsi, une image de taille 200 pixels par 200 pixels demande l'inversion d'une matrice de taille 40 000 lignes par 40 000 colonnes. La puissance de calcul demandée commence à être considérable. Par contre, l'avantage de l'approche Geman et Yang matriciel est que cette matrice inverse ne sera calculée qu'une seule fois pour une PSF donnée et avec un paramètre de régularisation  $\lambda$  choisi. De plus, supposer la PSF invariante permet de simplifier le calcul de l'inverse. Dans le cadre de nos travaux de recherche, il

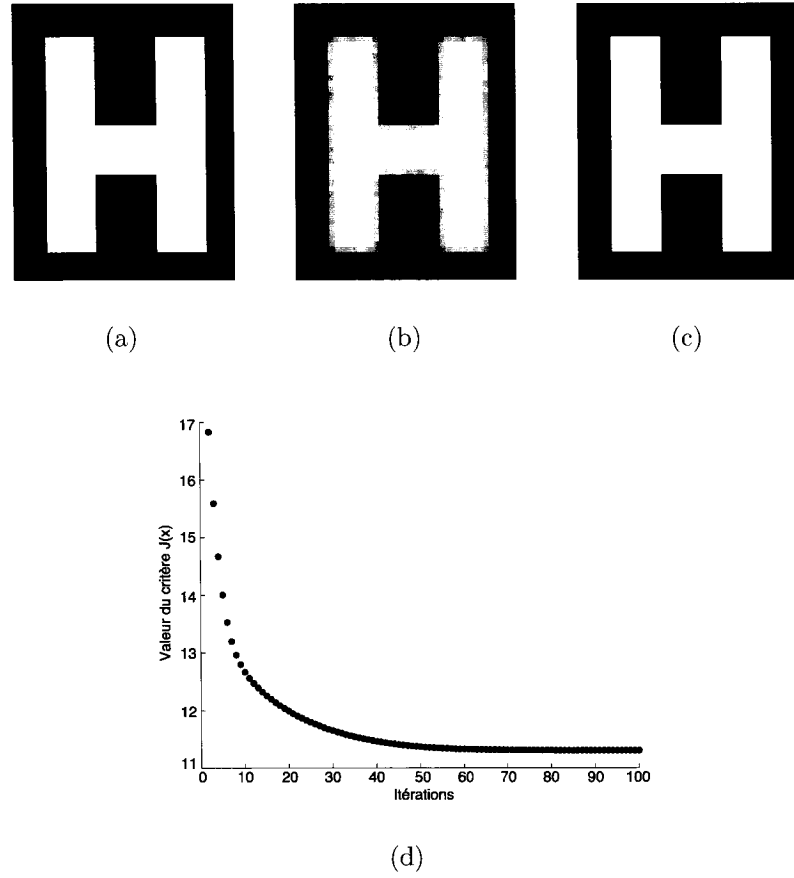


Figure 3.12 Restauration avec approche régularisée de type Geman et Yang matriciel (a) Image originale à retrouver (b) Image dégradée (floue et bruitée, avec un RSB de 20 dB) (c) Image restaurée avec  $\delta = 0,01$  et  $\lambda = 0,0350$  (d) Comportement du critère  $J(\mathbf{x})$

se peut fortement que l'on ait à modifier de façon régulière certains paramètres de régularisation ou encore estimer de nouveau la PSF lors d'une autre séance à l'hôpital. Donc, l'inversion matricielle deviendra problématique dans ce cadre bien précis de recherche.

Une contribution du présent travail se situe au niveau de la comparaison, de la critique et la mise en oeuvre des différentes mises en oeuvre des principales méthodes régularisées en restauration d'images. Ainsi, au lieu de travailler de façon matricielle

sur l'ensemble des pixels de l'image et sur toutes les variables auxiliaires à la fois, il est possible de mettre à jour qu'un seul pixel et qu'une seule variable auxiliaire à la fois. On dénote cette approche par *méthode point par point* ou encore *Single Site Update (SSU)* en anglais. Bien présentée dans Allain (2002), la mise à jour des variables auxiliaires et des pixels de l'image fait appel aux formules suivantes :

$$x_n^{(k+1)} = x_n^{(k)} + \frac{[\mathbf{H}^T \mathbf{y}]_n - [\mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{x}^{(k)}]_n - \frac{\lambda}{2} \sum_i [\mathbf{D}_i^T \mathbf{D}_i \mathbf{x}^{(k)}]_n + \frac{\lambda}{2} \sum_i [\mathbf{D}_i]_{n^e \text{col}}^T \mathbf{v}_i}{[\mathbf{H}^T \mathbf{H}]_{n,n} + \lambda \sum_i [\mathbf{D}_i^T \mathbf{D}_i]_{n,n}} \quad (3.38)$$

$$\widehat{v}_c^{(k+1)} = u_c^{(k)} - \frac{u_c^{(k)}}{2\sqrt{\delta^2 + (u_c^{(k)})^2}} \quad (3.39)$$

On évite ainsi l'inversion matricielle mais est-ce que l'on gagne en rapidité ? La figure 3.13 présente une comparaison entre une restauration avec Geman et Yang matriciel et Geman et Yang point par point pour une image de dimension 20 pixels par 20 pixels. On remarque que le résultat et le nombre d'itérations requis pour converger est pratiquement identique dans les deux cas. Par contre, la restauration avec GY matriciel a nécessité au total moins de 2 secondes tandis que la méthode GY point par point a demandé 23 minutes avant de converger. Donc, cette dernière méthode point par point ne sera pas retenue dans la chaîne de traitements numériques.

#### 3.1.4.2 Geman et Reynolds

Dans le but d'améliorer la vitesse de convergence de l'algorithme de minimisation, Geman et Reynolds (1992) ont réécrit le critère augmenté  $J(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  de façon différente. La régularisation de type Geman et Reynolds tire encore partie de l'analyse convexe mais cette fois en considérant une fonction  $\phi$  respectant les conditions

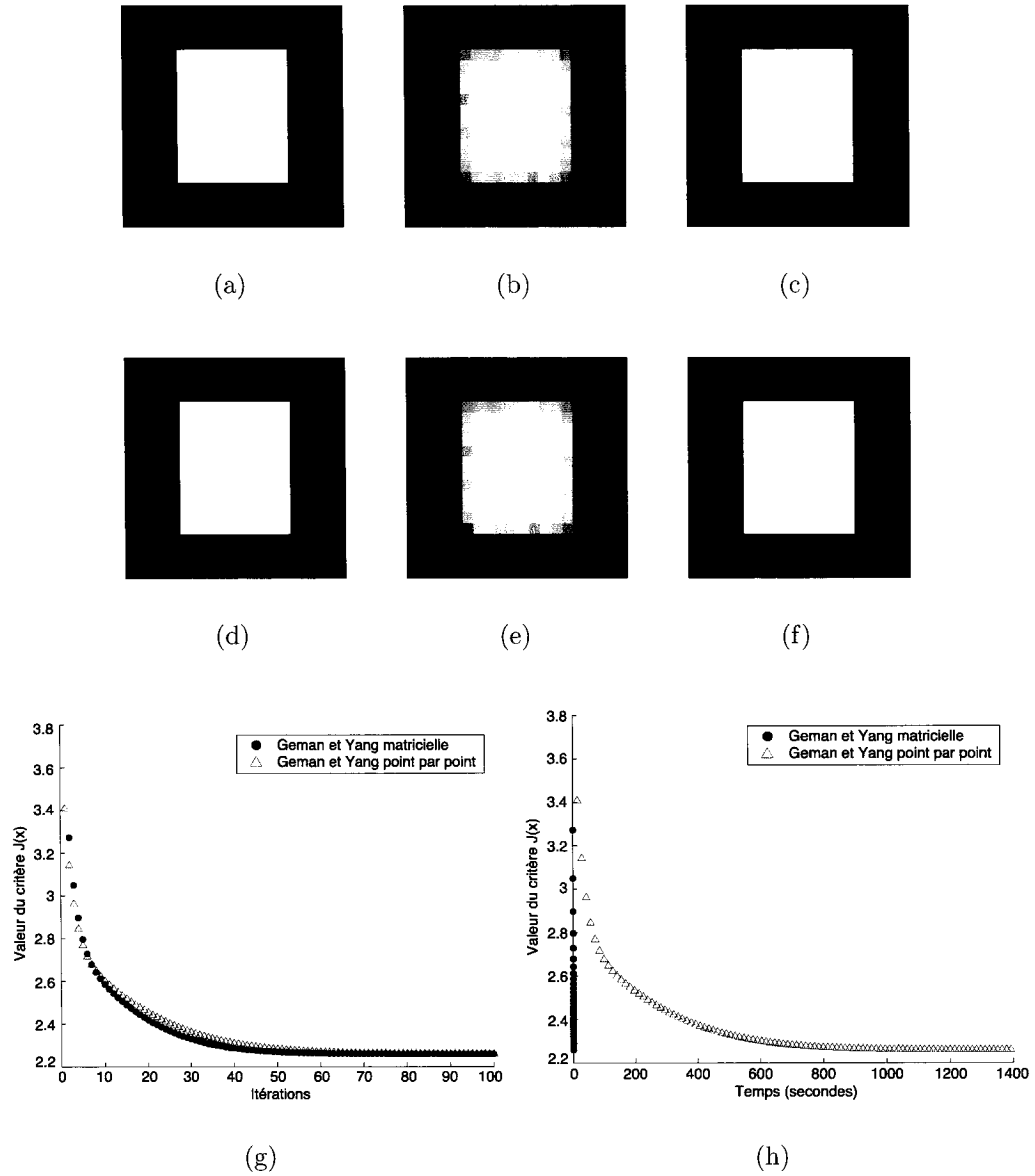


Figure 3.13 Comparaison Geman et Yang matriciel vs. Geman et Yang point par point (a) Originale (b) Dégradée (c) Restaurée GY matriciel (d) Originale (e) Dégradée (f) Restaurée GY point par point (g) Comparaison du comportement du critère  $J(\mathbf{x})$  (h) Comparaison dans le temps du critère  $J(\mathbf{x})$

suivantes (Idier, 2001) :

- $\phi$  est paire
- $\phi(\sqrt{\cdot})$  est concave sur  $\mathbb{R}^+$
- $\phi$  est continue près de zéro et  $\mathcal{C}^1$  sur  $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

et en introduisant une fonction auxiliaire  $f(u)$  définie par :

$$\begin{cases} \forall u < 0, f(u) = +\infty \\ \forall u \geq 0, f(u) = -\phi(\sqrt{u}) \end{cases} \quad (3.40)$$

La fonction  $f$  étant définie convexe,  $f$  et  $f^*$  forment une paire de fonctions convexes conjuguées. De plus, en définissant une fonction  $\psi(v) = f^*(-v)$ , on peut facilement montrer (Husse, 2004), en utilisant le principe de dualité présenté à l'équation 3.28, que :

$$\begin{aligned} \phi(u) &= \inf_v \{u^2 v + \psi(v)\} \\ \text{et } \psi(v) &= \sup_u \{-u^2 v + \phi(u)\} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Donc, on peut écrire le nouveau critère augmenté  $J(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  sous la forme :

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda \sum_{c \in \mathcal{C}_2} \{u_c^2 v_c^2 + \psi(v_c)\} \quad (3.42)$$

En procédant de la même façon qu'à la section précédente, nous allons minimiser en premier lieu par rapport aux variables auxiliaires  $\mathbf{v}$  en fixant les pixels  $\mathbf{x}$ . Ainsi, on cherche  $\hat{v}_c$  tel que :

$$\left. \frac{\partial \{u_c^2 v_c^2 + \psi(v_c)\}}{\partial v_c} \right|_{\hat{v}_c} = 0 \quad (3.43)$$

On obtient facilement :

$$\hat{v}_c = \frac{\phi'(u_c)}{2u_c} \quad (3.44)$$

Avec la fonction de pénalisation  $\varphi(u) = \sqrt{\delta^2 + u^2}$ , on a finalement, pour la mise à jour des variables auxiliaires :

$$\hat{v}_c = \frac{1}{2\sqrt{\delta^2 + u_c^2}} \quad (3.45)$$

La minimisation par rapport aux pixels en fixant les variables auxiliaires se fait de même façon et l'on obtient (Allain, 2002) :

$$\hat{\mathbf{x}} = \left( \mathbf{H}^T \mathbf{H} + \lambda \sum_i \mathbf{D}_i^T \mathbf{V}_i \mathbf{D}_i \right)^{-1} (\mathbf{H}^T \mathbf{y}) \quad (3.46)$$

où  $\mathbf{V}_i$  est une matrice formée du vecteur  $\mathbf{v}_i$  contenant les variables auxiliaires pour les différences horizontales, verticales ou diagonales, mais inséré sur la diagonale principale de la matrice. À première vue, l'approche semble simple mais cache un problème de mise en oeuvre. Les matrices  $\mathbf{V}_i$  changent à chaque nouvelle itération puisqu'elles sont formées à partir des variables auxiliaires. Donc, la méthode demande de calculer, contrairement à Geman et Yang matriciel, une matrice inverse à chaque itération ce qui est beaucoup trop lourd en pratique. Nous rejetons sans plus tarder la restauration Geman et Reynolds matriciel.

Regardons de plus près la mise en oeuvre point par point de l'approche Geman et Reynolds. Présentée dans Allain (2002), la minimisation du critère  $J(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  via Geman et Reynolds point par point se fait grâce à :

$$x_n^{(k+1)} = x_n^{(k)} + \frac{[\mathbf{H}^T \mathbf{y}]_n - [\mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{x}^{(k)}]_n - \lambda \sum_i [\mathbf{D}_i^T \mathbf{V}_i \mathbf{D}_i \mathbf{x}^{(k)}]_n}{[\mathbf{H}^T \mathbf{H}]_{n,n} + \lambda \sum_i [\mathbf{D}_i^T \mathbf{V}_i \mathbf{D}_i]_{n,n}} \quad (3.47)$$

$$\hat{v}_c^{(k+1)} = \frac{1}{2\sqrt{\delta^2 + (u_c^{(k)})^2}} \quad (3.48)$$

La complexité est somme toute similaire à Geman et Yang point par point mais observons la rapidité de convergence du critère  $J(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ . La figure 3.14 présente une comparaison entre une restauration de type Geman et Yang matriciel et une autre de type Geman et Reynolds point par point. On constate que Geman et Reynolds minimise le critère  $J(\mathbf{x})$  en moins d'itérations. Même si chaque itération demande un temps de calcul plus important, on voit bien sur le graphique 3.14 (h) que le critère converge environ en même temps que l'approche Geman et Yang matriciel.

De plus, le travail de Villain (1997) permet d'optimiser le calcul du terme  $[\mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{x}^{(k)}]_n$  grâce à la définition même de la convolution. Également, la mise à jour des pixels de l'image est écrite de telle sorte qu'une implémentation avec boucles *for* (plutôt qu'avec un calcul matriciel) est réalisable :

$$x_n^{(k+1)} = x_n^{(k)} + \frac{[\mathbf{H}^T \mathbf{y}]_n - [\mathbf{C}^T \mathbf{C} \mathbf{x}^{(k)}]_n - \lambda \sum_i \left[ v_{n,i} \left( \frac{x_n^{(k)} - x_i^{(k)}}{d_{n,i}^2} \right) \right]}{[\mathbf{H}^T \mathbf{H}]_{n,n} + \lambda \sum_i \left[ \frac{v_{n,i}}{d_{n,i}^2} \right]} \quad (3.49)$$

$$\hat{v}_n^{(k+1)} = \frac{1}{2\sqrt{\delta^2 + (x_n^{(k)} - x_i^{(k)})^2}} \quad (3.50)$$

où  $[\mathbf{C}^T \mathbf{C} \mathbf{x}^{(k)}]_n$  est le terme optimisé de Villain (1997) permettant de calculer  $[\mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{x}^{(k)}]_n$  par une multiplication matricielle plus simple. Mentionnons également que les termes  $\mathbf{H}^T \mathbf{y}$  et  $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$  ne seront calculés qu'une seule fois et mémorisés pour le reste du traitement. Puisque l'on considère un *a priori* 3D, la mise en oeuvre peut se résumer, pour le volume complet, à l'algorithme du tableau 3.1.

Regardons, à la figure 3.15, le résultat obtenu lors de la restauration d'un volume 3D contenant 3 images de taille 181 pixels par 211 pixels. Le résultat est très près de l'image originale et le profil de la section « escalier » de l'image vient confirmer que l'algorithme a bien restauré les zones homogènes séparées par des contours



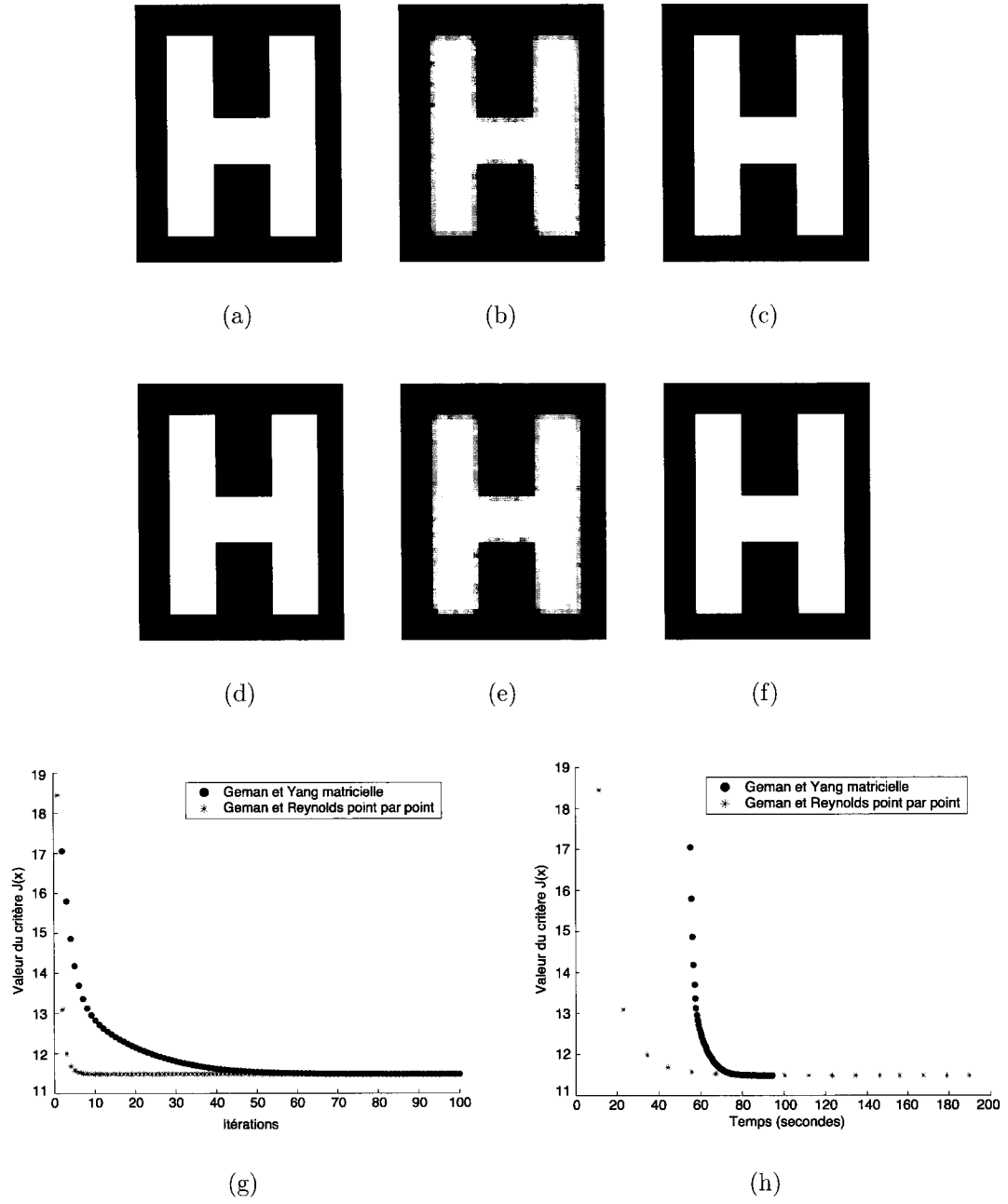


Figure 3.14 Comparaison Geman et Yang matriciel vs. Geman et Reynolds point par point (a) Originale (b) Dégradée (c) Restaurée GY matricielle (d) Originale (e) Dégradée (f) Restaurée GR point par point (g) Comparaison du comportement du critère  $J(x)$  (h) Comparaison dans le temps du critère  $J(x)$

Tableau 3.1 Mise en oeuvre de type Geman et Reynolds point par point pour un volume 3D complet

1. Calcul de la matrice  $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$
2. Calcul de l'ensemble des matrices  $\mathbf{H}^T \mathbf{y}$  pour la totalité des images dégradées  $\mathbf{y}$  du volume 3D
3. Pour chaque itération globale  $k$  de minimisation
  - (a) Mise à jour selon 3.50 de l'ensemble des variables de lignes  $\hat{v}_n^{(k+1)}$  du volume
  - (b) Pour chaque sous-itération  $j$  de minimisation des pixels du volume
    - i. Exploration de chaque pixel  $x_n^{(k)}$  du volume
    - ii. Calcul des différences  $x_n^{(k)} - x_i^{(k)}$  pour les 10 voisins de chaque pixel exploré
    - iii. Mise à jour de chaque pixel exploré  $x_n^{(k+1)}$  selon 3.49
  - (c) S'assurer de faire un nombre suffisant (au moins 3) de sous-itérations  $j$  afin de ne pas faire diverger le critère  $J(\mathbf{x})$
4. S'assurer que le critère  $J(\mathbf{x})$  a convergé, sinon continuer la minimisation globale pour une autre itération  $k$

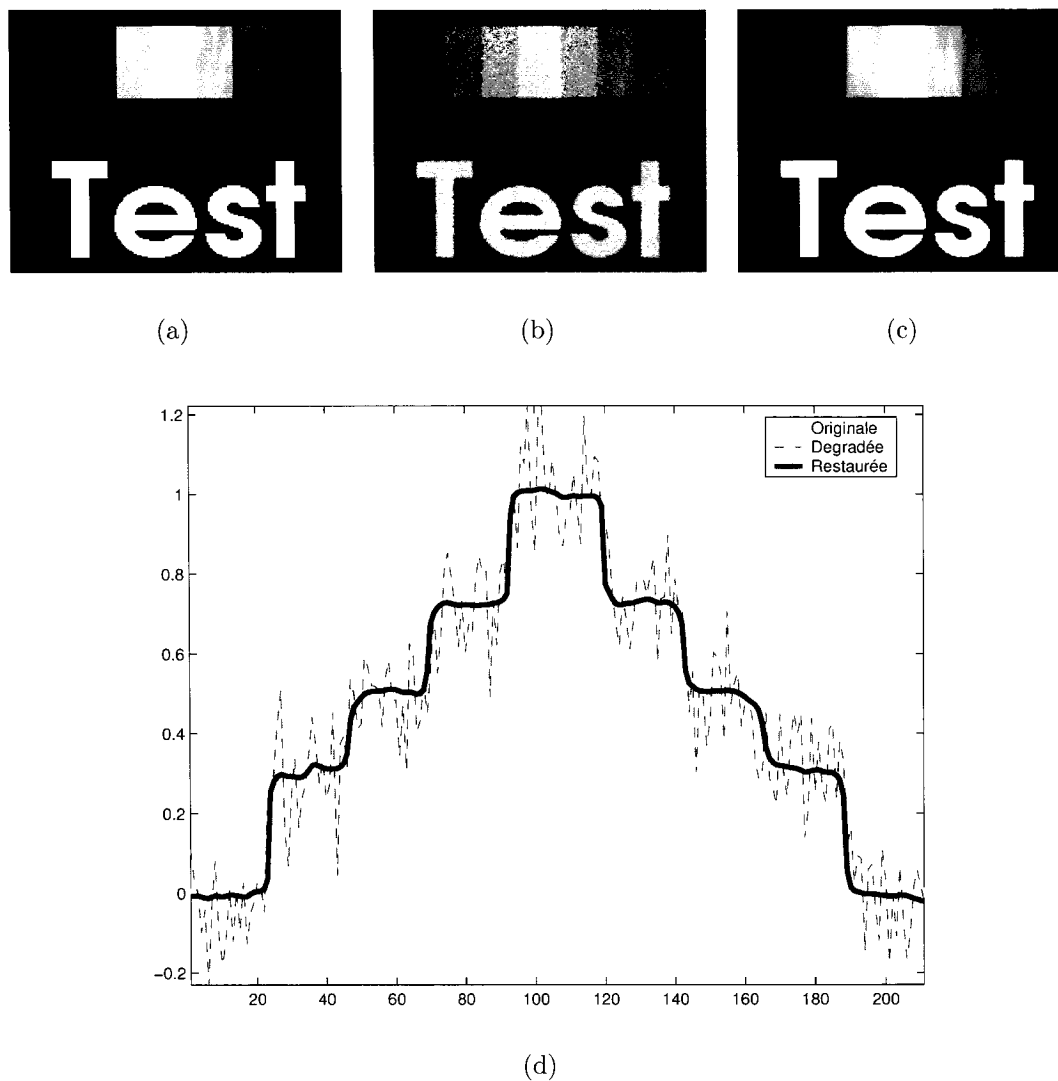


Figure 3.15 Restauration Geman et Reynolds d'un volume 3D d'images de taille 181 pixels par 211 pixels (a) Originale (b) Dégradée (floue et bruitée, avec un RSB de 10 dB) (c) Image restaurée n° 2 du volume (d) Profil de la section « escalier » de l'image

francs. Même avec un flou et un bruit additif avec rapport signal à bruit (RSB) de 10 dB (ce qui est beaucoup pour une image), l'algorithme a retrouvé un estimé intéressant du volume 3D original en 30 secondes environ.

Tel que constaté au cours des sections précédentes, une contribution du travail actuel se situe au niveau de l'évaluation, de l'optimisation et de la mise en oeuvre de différentes techniques en restauration d'images susceptibles de retrouver la scène originale  $\mathbf{x}$  où les dégradations par la PSF et le bruit seront pratiquement nulles. En ce sens, les méthodes classiques en restauration d'images, très instables en présence de bruit, ne seront pas considérées dans la suite du travail. Ainsi, quatre approches régularisées permettant de retrouver la scène originale  $\mathbf{x}$  ont été analysées en détail et implémentées : Geman et Yang matriciel, Geman et Yang point par point, Geman et Reynolds matriciel et enfin, Geman et Reynolds point par point. Afin de bien justifier l'approche retenue, le tableau 3.2 résume les avantages et inconvénients de chaque méthode régularisée.

L'approche retenue pour la restauration des images des spécimens cadavériques sera donc Geman et Reynolds point par point étant donné la rapidité de convergence de la méthode, la précision obtenue en simulation et la possibilité d'implanter facilement la méthode. Mentionnons que toutes les approches régularisées abordées précédemment convergent vers la même la même scène originale  $\mathbf{x}$ . Les différences se situent plutôt au niveau de la rapidité de convergence et la facilité à mettre en oeuvre l'algorithme sous forme logicielle. Or, dans notre cadre expérimental où la PSF est susceptible d'être estimée à plusieurs reprises (les manipulations sont étalées sur plusieurs mois) et où les paramètres optimaux de régularisation, tels que  $\lambda$  et  $\delta$ , sont à déterminer, il est préférable d'avoir une méthode souple de minimisation qui ne demande pas un calcul d'inverse matriciel.

Tableau 3.2 Avantages et inconvénients des différentes mises en oeuvre présentées dans le cadre de notre approche régularisée en restauration d'images

Méthode	Avantages	Inconvénients
Geman et Yang matriciel	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Calcul d'une seule matrice inverse et réutilisation de cet inverse pour l'ensemble de la minimisation.</li> <li>· Possibilité de calculer au préalable la matrice inverse pour un tomographe donné et des paramètres de régularisation choisis.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Nombre important d'itérations pour minimiser le critère.</li> <li>· Dans un cadre expérimental, l'inverse matriciel est appelé à changer régulièrement étant donné la recherche de paramètres de régularisation optimaux.</li> <li>· Dépendamment de la taille de l'image, l'inverse peut être pénible à calculer.</li> </ul>
Geman et Yang point par point	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Aucun calcul d'inverse matriciel.</li> <li>· Contrainte calculatoire similaire à Geman et Reynolds point par point.</li> <li>· Possibilité d'implanter facilement l'algorithme en <i>C/C++</i> avec de simples boucles <i>for</i>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Nombre important d'itérations pour minimiser le critère.</li> <li>· Perte des avantages du calcul matriciel offert par des bibliothèques mathématiques.</li> </ul>
Geman et Reynolds matriciel	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Nombre très faible d'itérations pour minimiser le critère.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Il y a un calcul d'inverse matriciel pour chaque itération, ce qui est pratiquement impossible à réaliser en pratique.</li> </ul>
Geman et Reynolds point par point	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Aucun calcul d'inverse matriciel.</li> <li>· Nombre très faible d'itérations pour minimiser le critère.</li> <li>· Possibilité d'implanter facilement l'algorithme en <i>C/C++</i> avec de simples boucles <i>for</i>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Perte des avantages du calcul matriciel offert par des bibliothèques mathématiques.</li> </ul>

## 3.2 Segmentation

L'objectif de cette section est de présenter une méthode simple permettant de trouver les contours osseux du fémur distal. Étant donné tout le travail préalable réalisé au cours de la restauration, la segmentation devra être rapide, précise et facile à mettre en oeuvre. Avant de regarder de plus près notre approche pour segmenter les contours osseux, regardons tout d'abord quelques approches susceptibles d'être utilisées.

### 3.2.1 Approches classiques

On peut définir un contour comme un changement local dans l'intensité de l'image. Ce rebord est présent principalement à la frontière entre deux régions homogènes d'une image. En terme de spectre fréquentiel, on peut associer ce changement brusque d'intensité aux hautes fréquences. Malheureusement, dans le domaine fréquentiel, le bruit additif, formé de changements brusques d'intensité, peut facilement être confondu avec des rebords.

Le gradient  $\vec{\nabla} f$  traduit le taux de changement dans la fonction d'intensité  $f(x, y)$  de l'image :

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} \quad (3.51)$$

On peut exprimer ce vecteur en terme d'orientation et d'amplitude :

$$\text{Orientation : } \theta = \arctan \left( \frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x}} \right) \quad (3.52)$$

$$\text{Amplitude : } \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2} \quad (3.53)$$

Étant donné que nous traitons des images numériques, il est important de mentionner que le gradient sera approximé par les différences premières, secondes, etc., entre le pixel courant et ses voisins. Par exemple, si on approxime le vecteur gradient par les différences premières, on a :

$$\begin{aligned} G_x &\approx \Delta_x f(i, j) = f(i, j + 1) - f(i, j) \\ G_y &\approx \Delta_y f(i, j) = f(i, j) - f(i + 1, j) \end{aligned} \quad (3.54)$$

que l'on peut facilement calculer avec des masques de convolution :

$$G_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

Le tableau 3.3 présente différents masques de convolution fréquemment utilisés pour la segmentation des contours. L'utilisation de ces opérateurs discrets de différentiation donne de bons résultats, comme on peut le voir à la figure 3.16, en absence d'un bruit additif.

Par contre, on constate, à la figure 3.17, que ces opérateurs de différenciation sont très sensibles au bruit car leur comportement est similaire à celui d'un filtre passe haut. Somme toute, la segmentation avec opérateur discret de différenciation est assez simple à mettre en oeuvre, rapide et présente des résultats intéressants lorsque le rapport signal à bruit est fort. Par contre, un bruit additif vient perturber considérablement le résultat obtenu. Or, il est également possible de segmenter une image à l'aide d'outils plus complexes et plus stables en présence de bruit. Par exemple, une segmentation par transformée de Hough (Gonzalez et Woods, 1992) ou encore en utilisant des contours actifs (Xu et Prince, 1997) sont des méthodes de segmentation plus complexes mais également plus stables. Par contre, étant donné tout le travail de restauration effectué sur les images, il serait beaucoup trop lourd

Tableau 3.3 Masques de convolution pour la segmentation des contours

Méthode	Masques de convolution
Roberts	$G_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Sobel	$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$
Prewitt	$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
Frei-Chen	$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix}$
Laplacien	$\nabla^2 f(i, j) \approx \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
Marr-Hildreth (laplacien de la gaussienne)	$\nabla^2 f(i, j) \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 16 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$



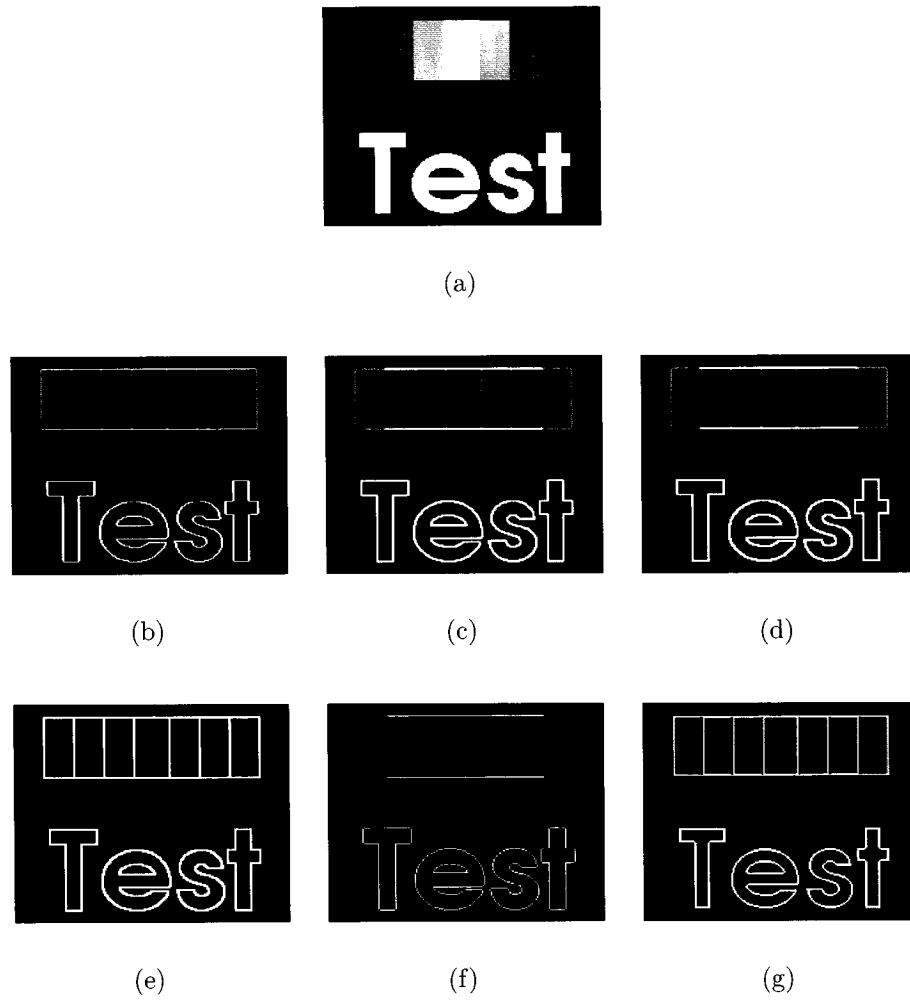


Figure 3.16 Segmentation avec opérateur discret de différenciation en absence de bruit additif (a) Image originale à segmenter (b) Roberts (c) Sobel (d) Prewitt (e) Frei-Chen (f) Laplacien (g) Marr-Hildreth

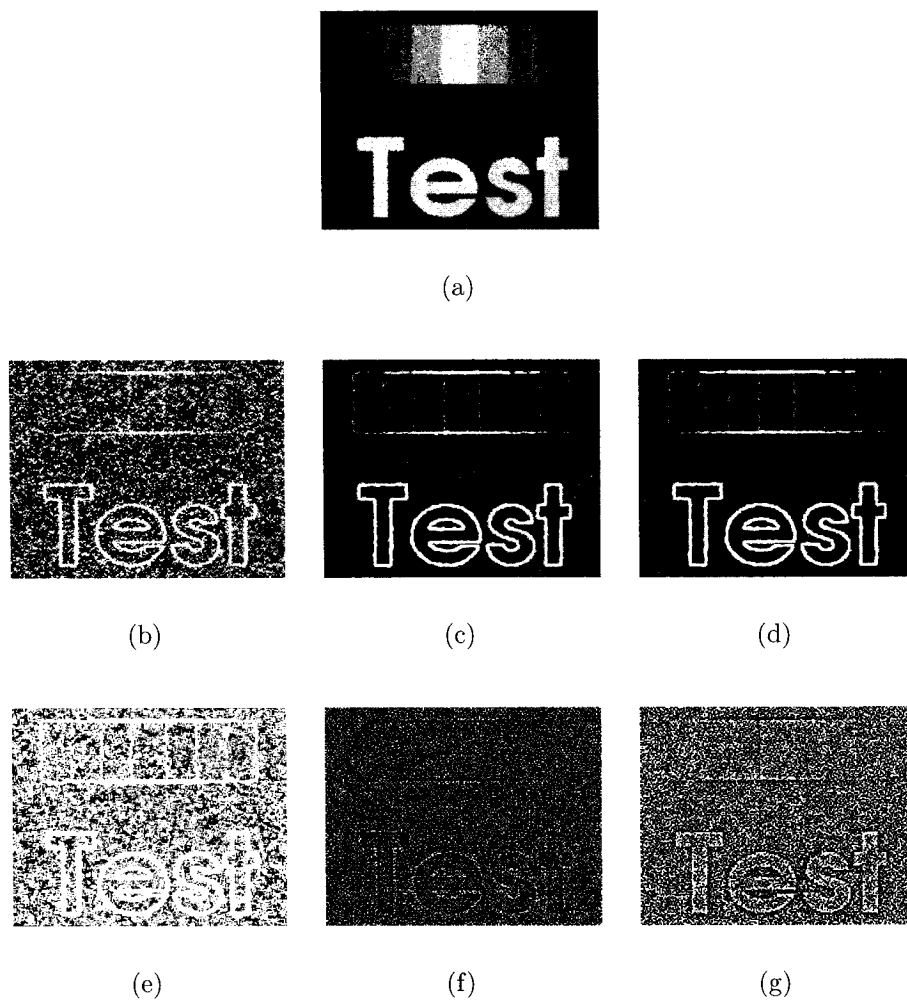


Figure 3.17 Segmentation avec opérateur discret de différenciation en présence d'un bruit additif ( $RSB = 10$  dB) (a) Image originale à segmenter (b) Roberts (c) Sobel (d) Prewitt (e) Frei-Chen (f) Laplacien (g) Marr-Hildreth

de segmenter les images avec une méthode complexe où il y aurait encore une fois plusieurs paramètres à régler et à optimiser. De plus, une segmentation avec contours actifs demande un nombre considérable d'itérations avant de converger et l'application de la méthode sur des images de taille considérable pourrait être un obstacle majeur. L'hypothèse de notre groupe de recherche est que la restauration des images devrait normalement permettre une segmentation en utilisant une méthode très rapide et facile à utiliser. Ainsi, la méthode la plus simple pour segmenter une image est sans aucun doute le seuillage, présentée ci-après.

### 3.2.2 Seuillage

Le seuillage, assez rudimentaire comme méthode de segmentation, est très simple à utiliser. Elle consiste à établir un seuil et forcer l'ensemble des pixels au dessous du seuil à une certaine valeur et, pareillement, forcer l'ensemble des pixels au dessus du seuil à une autre valeur. La figure 3.18 présente la fonction de transfert de la méthode de seuillage.

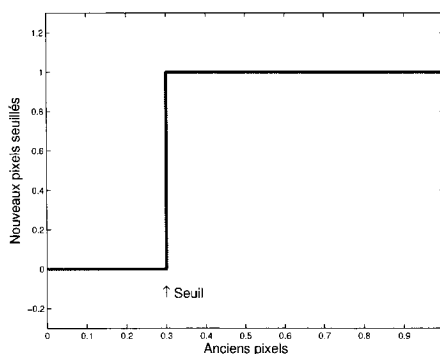


Figure 3.18 Exemple de fonction de transfert pour la méthode de seuillage

Cela ne demande aucun calcul, seulement une comparaison entre les pixels de l'image et le seuil établi. Mentionnons l'importance de bien choisir ce seuil car celui-ci permettra d'isoler les contours osseux du reste de l'image. Dans le cas qui

nous intéresse, les contours osseux du fémur distal se situent autour de 0,5 (déterminé par le coefficient d'atténuation massique des os) sur une échelle d'intensités  $[0 \ 1]$ . À première vue, on pourrait penser que la méthode est beaucoup trop simpliste pour être utilisée dans un cadre aussi spécialisé que le nôtre où nous devons fabriquer des prothèses personnalisées du genou. Regardons de plus près, à la figure 3.19, le résultat de la segmentation par seuillage lorsqu'il n'y a aucun bruit additif.

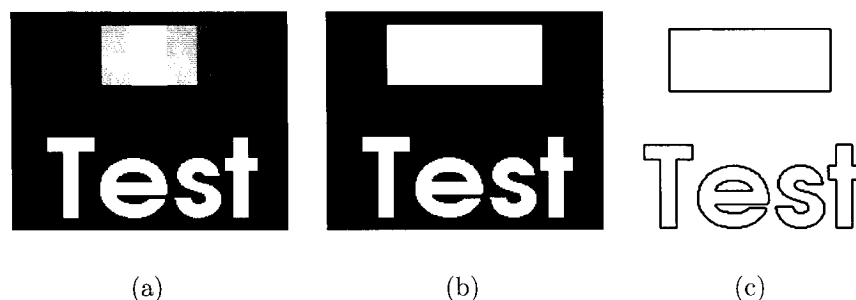


Figure 3.19 Segmentation avec seuillage en absence d'un bruit additif (a) Image originale à segmenter (b) Image seuillée (seuil = 0,5) (c) Contour détecté

Comme dans tous les cas présentés précédemment, la méthode n'a aucun problème à segmenter l'image en absence de bruit additif. La figure 3.20 montre le comportement du seuillage en présence de bruit.

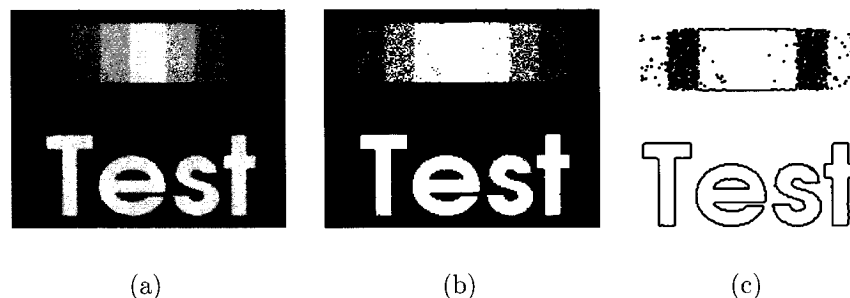


Figure 3.20 Segmentation avec seuillage en présence d'un bruit additif (a) Image originale à segmenter (b) Image seuillée (seuil = 0,5) (c) Contour détecté

On constate ici comment le seuillage permet d'éliminer une certaine partie du bruit. Ainsi, le bruit est forcé à une certaine valeur fixe dépendamment si l'intensité du pixel se situe au dessous ou au dessus du seuil fixé. Par contre, le bruit se situant près du seuil viendra perturber la segmentation de l'image. Comme on peut le voir, la segmentation de la section « escalier » de l'image est problématique pour la section avec intensité autour de 0,5, ce qui se situe près du seuil permettant d'isoler le contour osseux du fémur distal. D'où l'importance d'effectuer au préalable une restauration afin de régulariser les zones homogènes des images et permettre un seuillage plus précis autour du seuil choisi. Par exemple, la figure 3.21 présente la segmentation par seuillage d'une image restaurée par Geman et Reynolds point par point. Le résultat présenté est très intéressant puisqu'il vient confirmer l'hypothèse retenue par notre groupe de recherche.

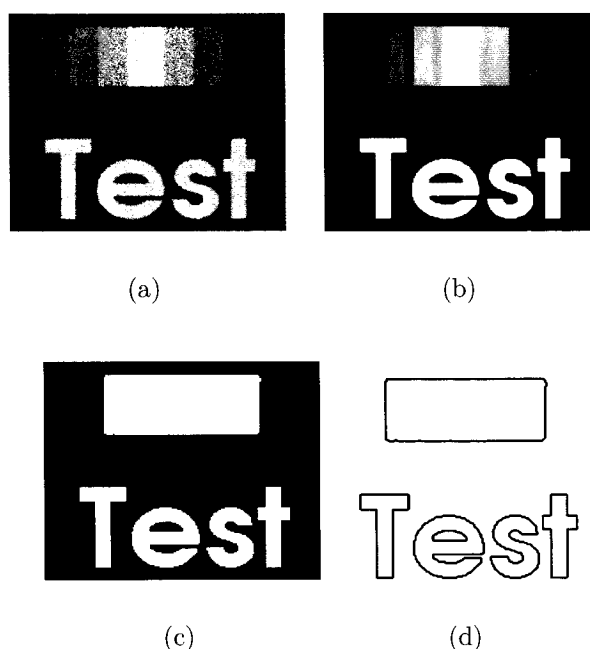


Figure 3.21 Segmentation avec seuillage d'une image restaurée (a) Image originale dégradée (b) Image restaurée à segmenter (c) Image seuillée (seuil = 0,5) (d) Contour détecté

En ce sens, tout le travail de restauration effectué au préalable permet l'utilisation d'une méthode très simple de segmentation qu'est le seuillage. Comme on peut le constater, une image dégradée par un flou et un faible rapport signal à bruit de 10 dB, une fois restaurée, peut se segmenter facilement par seuillage.

Maintenant, faisons le point sur la présentation des différentes méthodes utilisées dans la chaîne complète de traitement. La restauration des images, avec Geman et Reynolds point par point, permet de faciliter la segmentation des images et d'utiliser une méthode simple de segmentation qu'est le seuillage. À ce moment-ci de la chaîne de traitement, nous avons en notre possession un ensemble de points de contours que nous appellerons points de contrôle dans le chapitre suivant. Ainsi, la prochaine étape, une fois les points de contours osseux trouvés, est de modéliser en trois dimensions le fémur distal à partir de ces points.

## CHAPITRE 4

### KRIGEAGE SURFACIQUE

À ce moment-ci de la chaîne de traitement numérique, nous avons à notre disposition des points de contours osseux du fémur distal. Ces points proviennent de la segmentation par seuillage des coupes tomodensitométriques restaurées, concepts étudiés précédemment. L'objectif de ce chapitre est de présenter la méthode retenue afin de modéliser en trois dimensions le fémur distal à partir des points de contours osseux. L'objectif de cette modélisation est la création d'un modèle numérique tridimensionnel de tout le fémur distal. Ainsi, le modèle numérique permet d'obtenir le contour osseux de n'importe quelle coupe dans n'importe quelle direction. Pour y arriver, une paramétrisation cylindrique, selon un axe différent de celui du tomographe, sera utilisée afin de minimiser l'erreur sur les condyles fémoraux.

Ma principale contribution à l'effort de recherche est l'évaluation des méthodes et mises en oeuvre déployées par mes prédécesseurs. En ce sens, le krigeage en coordonnées cylindriques avec possibilité d'orienter le cylindre selon une direction d'interpolation arbitraire est un apport important à l'étape de modélisation. Mentionnons, avant de débiter la présentation de la méthode, la provenance des références consultées. Le krigeage a été introduit dans notre laboratoire de recherche au cours du stage de Allain (1996) par une première adaptation du krigeage universel à notre problème d'estimation de surface osseuse. Lors d'un autre stage au laboratoire, Famibelle (1999) a travaillé sur une mise en oeuvre en coordonnées cylindriques plutôt que cartésiennes. Une fois le modèle numérique krigé, il sera possible de fabriquer la pièce fémorale distale par prototypage rapide (en annexe). Cette nouvelle méthode de fabrication permet de construire, couche par couche,

des pièces mécaniques aux formes complexes.

#### 4.1 Interpolation par krigeage universel

Le déploiement à grande échelle des tomographes à rayons-X coïncide avec le développement, par plusieurs groupes de recherche, de méthodes améliorant la visualisation des données tomodensitométriques en les intégrant en un seul modèle tridimensionnel. Ces techniques de visualisation essentiellement qualitatives ont rapidement évolué vers des modèles et algorithmes géométriques 3D permettant la manipulation quantitative des données :

- Évaluation de volumes d'organes
- Planification et assistance thérapeutique (Brodeur *et al.*, 1995)
- Personnalisation d'implants (Doré *et al.*, 1986)

La décomposition volumique de l'objet et la représentation de sa surface à l'aide d'un maillage triangulaire étaient les deux principales techniques de modélisation tridimensionnelle utilisées auparavant. Correspondant à des modes d'interpolation d'ordre 0 et 1 respectivement, ces méthodes ont l'avantage de nécessiter peu de calculs. Ainsi l'affichage à l'écran est très rapide mais le fini de surface du modèle 3D dépend de la taille des éléments volumiques ou surfaciques. Dans le cas qui nous intéresse, la prothèse personnalisée devra épouser précisément le fémur distal et présenter un fini de surface très lisse. Plus récemment, les méthodes de reconstruction 3D tendent à exploiter des fonctions d'interpolation d'ordre supérieur, plus représentatives de la morphologie humaine : splines bicubiques et krigeage cubique. Dans notre cas, à partir d'un nombre limité de points de contours osseux, nous voulons obtenir une modélisation précise et rapide du fémur distal. Le krigeage universel a été retenu comme méthode de modélisation étant donné la possibilité de paramétriser plusieurs éléments, expliqués au cours de ce chapitre, de l'estimation : polynôme



de dérive, forme mathématique de covariance, pépite de lissage, quantité de points de contrôle retenus, résolution spatiale souhaitée lors de la reconstruction, etc.

#### 4.1.1 Historique : de la ruée vers l'or au génie biomédical

Le krigeage est apparu au début des années 50 dans le domaine minier afin d'estimer la teneur du sol en or. Le nom de *krigeage* a été introduit pour la première fois dans la littérature par Matheron (1980), à l'époque chercheur au Centre de Géostatistique de l'École de Mines de Paris. Cette première citation se veut une reconnaissance du travail qu'a effectué *Krige* pour estimer la teneur d'un gisement aurifère. Cette façon de procéder a démontré de bonnes performances et s'est rapidement répandue à tous les domaines de la géostatistique (prospection minière, prospection pétrolière, topographie). Cette méthode d'estimation a aussi eu une répercussion dans un grand nombre de disciplines scientifiques (résistance de structures, interpolation par éléments finis, pollution atmosphérique). Une telle popularité de cette méthode peut trouver trois principales explications (Allain, 1996) :

- le krigeage peut se ramener à une généralisation de la notion d'interpolation avec splines,
- le krigeage peut se ramener à une solution des moindres carrés,
- la mise en oeuvre numérique est assez facile.

Ces avantages font de cette technique un outil puissant tout en conservant sa simplicité de mise en oeuvre. Notre groupe de recherche a choisi dès le début cette méthode afin de modéliser en trois dimensions l'articulation du genou. Les paragraphes suivants sont donc consacrés à une brève étude théorique de la méthode.

Nous allons supposer qu'un géostatisticien doit effectuer la topographie des terres émergées du globe terrestre. Évidemment, il n'a à sa disposition que quelques mesures effectuées à des altitudes connues. Ne sachant pas quelle partie du globe

terrestre il étudie, il peut considérer que ces mesures sont issues d'un processus aléatoire bidimensionnel (Allain, 1996). Il peut ensuite supposer que ce processus suit une loi gaussienne de moyenne  $m(x, y)$  et de variance  $\sigma^2(x, y)$ . Ici, notre géostatisticien ne fait rien d'autre qu'une hypothèse limite sur la variation de l'altitude du terrain. Par exemple, s'il est sur une plaine, il pourra considérer une variation faible autour d'une certaine valeur d'altitude.

Notre problème d'estimation osseuse est identique à cette situation. Nous disposons de quelques mesures de la géométrie de la surface osseuse, points obtenus lors de la détection des contours par seuillage. On peut supposer que ces mesures représentent une probabilité de présence de tissus osseux dans différents plans de coupes. Il est à notre avantage de considérer cette probabilité comme un processus aléatoire dont les caractéristiques sont fonction des coordonnées spatiales des points de mesures. Dans ce cas, il est légitime de considérer un processus gaussien puisque la probabilité de présence osseuse est limitée à une zone particulière.

Le krigeage est un estimateur linéaire en posant comme hypothèse que la fonction aléatoire inconnue est décomposable en une somme de deux termes (Allain, 1996) :

$$U(X) = m(X) + b(X) \quad (4.1)$$

où  $U(X)$  représente les points de contour osseux. Le terme  $m(X)$  représente le comportement moyen déterministe de  $U(X)$ . On nomme ce comportement moyen *terme de dérive* ou *drift* dans la littérature ayant trait au krigeage. Le terme  $b(X)$  est un terme de fluctuation (erreur) de nature aléatoire autour du comportement moyen. Dans la pratique, le comportement moyen  $m(X)$  est décomposé sur une base polynomiale d'ordre  $p$ , étant donné la simplicité de mise en oeuvre.

### 4.1.2 Mise en oeuvre matricielle

En réécrivant l'équation 4.1 sous forme vectorielle, nous obtenons :

$$\mathbf{u}_m = \underbrace{\mathbf{F}\boldsymbol{\theta}}_{\text{Terme de moyenne}} + \underbrace{\mathbf{C}\boldsymbol{\beta}}_{\text{Terme d'erreur}} \quad (4.2)$$

où

- $\mathbf{u}_m$  représente le vecteur de l'ensemble des points de contrôle  $U(X)$ , c'est-à-dire provenant de la segmentation du fémur distal.
- $\mathbf{F}\boldsymbol{\theta}$  est le vecteur contenant le comportement moyen  $m(X)$  de chaque point de contrôle. Le terme  $\mathbf{F}$  sert à exprimer le terme moyen à l'aide d'une décomposition polynomiale. Le vecteur  $\boldsymbol{\theta}$  contient des constantes pondérant chaque élément de cette décomposition.
- $\mathbf{C}\boldsymbol{\beta}$  est le vecteur contenant la fluctuation, ou encore l'erreur  $b(X)$  de tous les points de contrôle. Le terme  $\mathbf{C}$  sert à exprimer cette fluctuation à l'aide d'une matrice de covariance. Le vecteur  $\boldsymbol{\beta}$  contient des constantes pondérant la fluctuation de chaque point de contrôle.
- On peut lisser le résultat final en ajoutant un terme constant  $P$  à la diagonale principale de la matrice  $\mathbf{C}$ . Cette possibilité est très importante car le fini de surface de la prothèse personnalisée devra être lisse plutôt que rugueux.
- L'espérance  $E[\boldsymbol{\beta}] = 0$ , c'est-à-dire qu'en moyenne, la pondération de la fluctuation de l'ensemble des points de contrôle est nulle.

Comme mentionné précédemment, on tente de représenter le comportement moyen de la fonction aléatoire le plus simplement possible. On procède donc à la décomposition du terme de moyenne  $\mathbf{F}\boldsymbol{\theta}$  sur une base polynomiale de longueur  $M$  de tous

les points de contrôle  $x_1$  à  $x_N$  :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} p_1(x_1) & \dots & p_M(x_1) \\ \vdots & & \vdots \\ p_1(x_i) & \dots & p_M(x_i) \\ \vdots & & \vdots \\ p_1(x_N) & \dots & p_M(x_N) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Le terme de fluctuation est quant à lui représenté par une matrice de covariance, choisie en fonction du type d'objet à reconstruire :

$$C(d) = C(|x_2 - x_1|) = \begin{cases} d^3 & \text{cas 1-D} \\ d^2 \ln(d) & \text{cas 2-D} \\ d & \text{cas 3-D} \end{cases} \quad (4.4)$$

où  $d = |x_2 - x_1|$  représente la distance entre les points  $x_2$  et  $x_1$ . Nous verrons par la suite que cette notion de distance peut prendre différentes formes selon le système de coordonnées utilisé. On peut donc interpréter le krigeage universel comme une approximation des points de contours osseux à partir des fonctions polynomiales  $\mathbf{F}(x)$ , de la matrice de covariance  $\mathbf{C}(d)$  ainsi que les coefficients  $\boldsymbol{\theta}$  et  $\boldsymbol{\beta}$ . Sachant que  $\mathbf{F}^T \boldsymbol{\beta} = 0$  (biais nul), le krigeage universel, sous forme matricielle, s'écrit comme

suit (Allain, 1996) :

$$\begin{bmatrix}
 & & & p_1(x_1) & \dots & p_M(x_1) \\
 & & & p_1(x_2) & \dots & p_M(x_2) \\
 & & & \vdots & \ddots & \vdots \\
 & & & p_1(x_N) & \dots & p_M(x_N) \\
 p_1(x_1) & \dots & p_1(x_N) & 0 & \dots & 0 \\
 p_2(x_1) & \dots & p_2(x_N) & 0 & \dots & 0 \\
 \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 p_M(x_1) & \dots & p_M(x_N) & 0 & \dots & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \beta_1 \\
 \beta_2 \\
 \vdots \\
 \beta_N \\
 \theta_1 \\
 \theta_2 \\
 \vdots \\
 \theta_M
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 u_1 \\
 u_2 \\
 \vdots \\
 u_N \\
 0 \\
 0 \\
 \vdots \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (4.5)$$

L'idée derrière le krigeage universel est d'estimer les vecteurs de coefficients  $\beta$  et  $\theta$  à partir de points de contrôle où les quantités  $u_i$  sont connues. Dans notre cas, ces points de contrôle sont issus de la détection, par seuillage, des points de contours osseux des coupes tomographiques restaurées. Dans le système d'équation 4.5, nous procédons comme suit :

1. Avoir un nombre suffisant de points de contrôle où les quantités  $u_i$  sont connues.
2. Calculer la distance (euclidienne lorsque l'on travaille en coordonnées cartésiennes) entre ces différents points de contrôle.
3. Choisir une fonction de covariance et calculer la matrice de covariance  $\mathbf{C}$ .
4. Calculer le terme de dérive sur une base polynomiale et remplir la matrice  $\mathbf{F}$ .
5. Calculer les vecteurs  $\theta$  et  $\beta$  en procédant par inversion matricielle.
6. Utiliser les vecteurs  $\theta$  et  $\beta$  pour estimer de nouvelles quantités  $u_i$  de coordonnées quelconques.

Prenons l'exemple du signal unidimensionnel présenté à la figure 4.1 et admettons que l'on ait qu'un nombre limité de points de contrôle pour reconstruire notre signal.

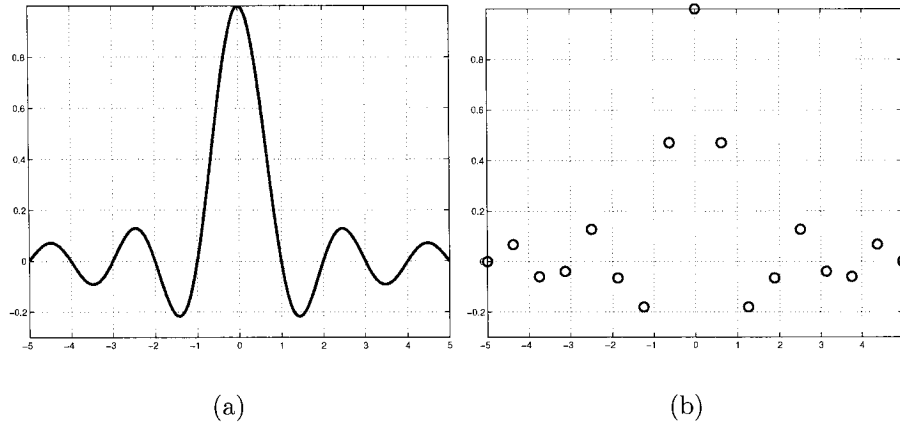


Figure 4.1 Krigage d'un signal unidimensionnel (a) Le signal continu (b) Points de contrôle

Ici, les quantités  $u_i$  sont les positions des points sur l'axe des  $y$ . La distance entre ces points de contrôle est très simple à calculer :  $d_{i,j} = |x_i - x_j|$ . Étant donné qu'il s'agit d'un signal unidimensionnel, la base du polynôme de dérive sera aussi très simple à élaborer :  $F(x) = [1 \ x^1 \ x^2 \ x^3 \ \dots \ x^M]$ . Regardons une comparaison, à la figure 4.2, entre le signal krigé et le vrai signal continu pour différentes formes de covariance. On constate que le signal krigé, pour une covariance cubique  $C(d) = d^3$ , se confond parfaitement avec le vrai signal continu. Même avec un nombre de points très limité, on réussit à estimer adéquatement le signal d'origine. Quant à lui, le signal estimé avec covariance linéaire admet des erreurs importantes puisque ce sont des droites qui joignent les différents points de contrôle (même avec une base polynomiale de degré élevé).

Ensuite, examinons comment le krigage peut aussi être utilisé comme lisseur en utilisant ce que l'on appelle « effet pépité » dans la littérature géostatistique. L'ap-

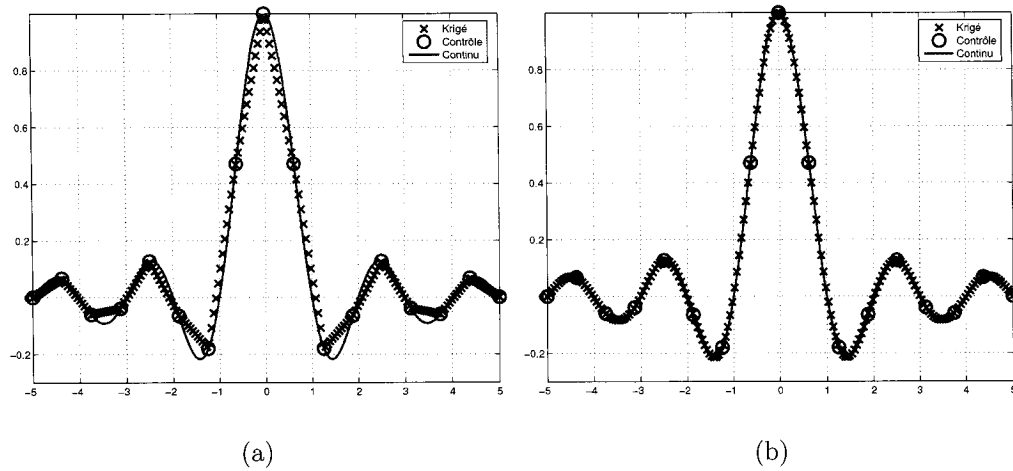


Figure 4.2 Comparaison entre le signal continu unidimensionnel et le signal krigé pour différentes formes de covariance (a) Linéaire  $C(d) = d$  (b) Cubique  $C(d) = d^3$

pellation « pépite » (*nugget effect* en anglais) provient de ce que cette technique a été utilisée en premier lieu dans le domaine de la prospection aurifère. Tel que mentionné précédemment, le lissage s'effectue en ajoutant un terme constant  $P$  à la diagonale principale de la matrice  $\mathbf{C}$  (équations 4.2 et 4.5). En faisant grâce du développement mathématique, on peut affirmer que cela revient à ne plus contraindre l'estimateur à passer par les points de contrôle. On considère plutôt la présence d'un bruit blanc additif sur ces points. Ainsi, plus on augmente la constante de lissage  $P$ , plus on permet à la fonction estimée de passer loin des points de contrôle. Par exemple, reprenons le krigage du signal unidimensionnel précédent mais cette fois-ci en imposant une pépite de lissage sur le signal reconstruit. La figure 4.3 présente le signal reconstruit pour deux constantes de lissage  $P$  différentes. Ainsi, le signal krigé ne passe plus par les points de contrôle mais est plutôt lissé en suivant la tendance générale des points de contrôle. Ce lissage sera d'une grande importance lors de la reconstruction du fémur distal en trois dimensions. Dépendamment de la pépite choisie, le fini de surface du fémur pourra être plus ou moins lisse. Après avoir sommairement étudié le krigage universel avec un signal unidimensionnel,

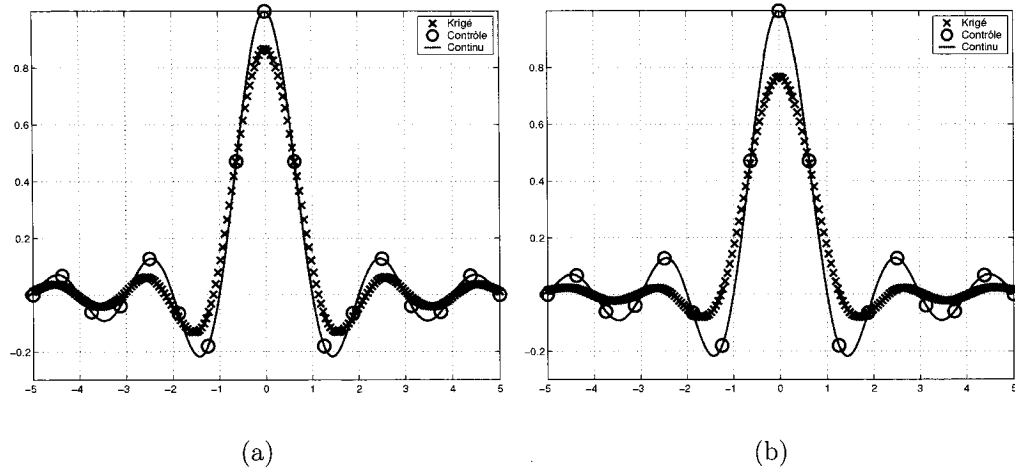


Figure 4.3 Signal unidimensionnel krigé avec pépites de lissage différentes (a)  $P = 0,2$  (b)  $P = 0,5$

regardons de plus près le problème qui nous intéresse, soit la modélisation tridimensionnelle d'un fémur. Dans le cas qui nous intéresse, on peut utiliser le krigeage de deux façons :

1. Modéliser la variation des niveaux d'intensités en fonction de la position  $(x, y, z)$  de chaque pixel de l'ensemble des coupes tomographiques. Nous pourrions donc interpoler de nouvelles coupes tomodensitométriques et ainsi augmenter la résolution inter-coupes selon l'axe  $z$ . De plus, il serait également possible d'augmenter la résolution  $(x, y)$ , pour une altitude  $z$  donnée, afin d'assurer une plus grande précision pour chacune des coupes. Une fois ces nouvelles coupes interpolées, il suffit de détecter le contour osseux du fémur distal en considérant un seuil autour de 0,5, intensité attendue à l'interface os-cartilage sur une échelle  $[0 \quad 1]$ .
2. Modéliser la position du contour osseux en fonction d'un système de coordonnées cylindriques. Ainsi, on écrit que le rayon  $\rho$ , distance entre un centre cylindrique donné et le contour osseux, est une fonction de l'angle  $\theta$  et de l'altitude  $z$ . Il est possible d'augmenter la précision de reconstruction en aug-



mentant la résolution selon cet axe  $z$  et en interpolant sur 360 degrés avec des angles  $\theta$  plus rapprochés.

### 4.1.3 Krigeage des niveaux d'intensité

Soit une image tomographique telle que présentée à la figure 4.4. L'idée est d'utiliser

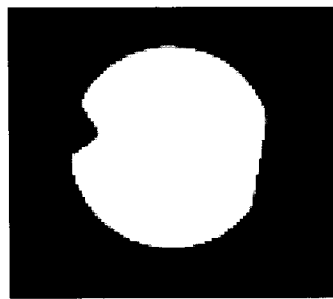


Figure 4.4 Coupe tomographique à kriger

le krigeage afin d'estimer les intensités lumineuses de cette coupe tomographique à partir d'un nombre de points de contrôle limité. La première étape pour bâtir le système de krigeage est la sélection d'un nombre suffisant de points de contrôle. Étant donné que notre projet consiste à fabriquer une prothèse personnalisée du genou, il est facile d'admettre que ces points de contrôle se situeront sur le contour de l'os, à l'interface os/cartilage.

La figure 4.5 présente les points de contrôles utilisés. Au total, 175 points de contrôle ont été utilisés pour bâtir le système de krigeage. Il est nécessaire de rappeler que les quantités  $u_i$  servant à construire le système sont les intensités lumineuses de ces points de contrôle. La coupe que l'on devra kriger se situe entre les deux coupes présentées à la figure 4.5. La deuxième étape implique le calcul des distances entre ces différents points de contrôle. Étant donné que les quantités  $u_i$  (intensités lumineuses comprises entre  $[0 \ 1]$ ) dépendent des coordonnées  $x$ ,  $y$ , et  $z$  du point,

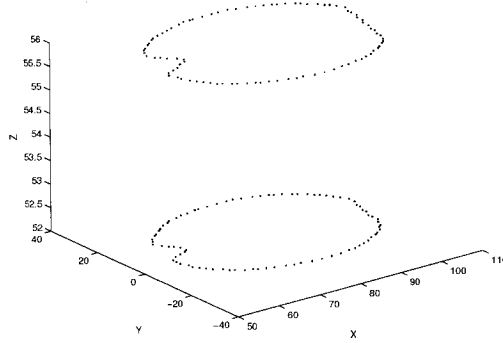


Figure 4.5 Points de contrôle utilisés dans le système de krigeage

il est tout à fait naturel de considérer la distance euclidienne :

$$d = |x_2 - x_1| = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} \quad (4.6)$$

La troisième étape demande de choisir le type de covariance  $C(d)$  souhaitée. Pour cette simulation, notre choix s'est arrêté sur  $C(d) = d^2 \ln(d)$ . À la quatrième étape, la décomposition du terme de moyenne sur une base polynomiale s'est faite avec :

$$F(x, y, z) = [1 \ x \ y \ z \ xy \ yz \ xz \ x^2y \ y^2z \ xz^2 \ xy^2 \ yz^2 \ x^2z \ x^2y^2 \ z^2 \ \dots \ x^M \ y^M \ z^M] \quad (4.7)$$

où  $M$  est l'ordre de la décomposition polynomiale. Pour notre simulation, l'ordre  $M$  est de 2. Après avoir obtenu les vecteurs  $\theta$  et  $\beta$  par inversion matricielle, nous avons estimé l'intensité lumineuse de tous les points  $x$  et  $y$  de la coupe tomographique. Évidemment, on peut s'attendre à une image similaire à celle d'origine. Regardons de plus près, à la figure 4.6, le résultat du krigeage des intensités lumineuses. On remarque une grande similitude avec l'image originale. En effet, l'erreur quadratique moyenne est d'environ 1 %. Regardons de plus près, à la figure 4.7 une comparaison entre les contours osseux krigés et ceux provenant du vrai contour osseux de la coupe. Le krigeage a donné de très bons résultats puisqu'on a réussi à estimer le contour osseux à partir d'un nombre limité de points de contrôle. On arrive à peine

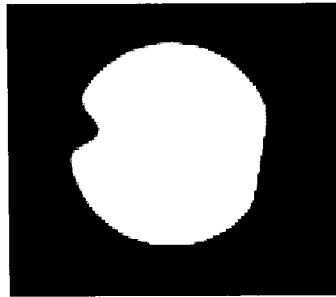


Figure 4.6 Coupe tomographique krigée à partir des intensités lumineuses des points de contrôle

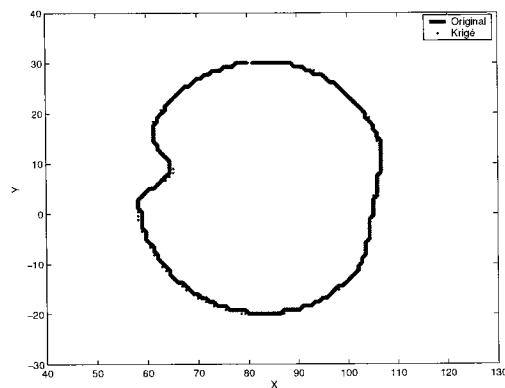


Figure 4.7 Krigeage des intensités lumineuses : comparaison entre le contour osseux krigé et le contour original

à distinguer le contour provenant du krigeage du vrai contour osseux.

L'inversion matricielle nécessaire à la cinquième étape de la procédure s'est effectuée en 0,3 secondes et le krigeage sur l'ensemble des points  $x$  et  $y$  de la coupe a nécessité 20 secondes. On peut comprendre que le krigeage sur l'ensemble des points de l'image engendre un important temps de calcul. L'interpolation de la coupe tomographique s'est fait sur tous les points d'une image de dimension 106 pixels par 93 pixels, donc sur 9858 pixels au total.

#### 4.1.3.1 Discussion sur la pertinence de cette méthode de krigeage

Dans le cas du krigeage des intensités lumineuses, les valeurs  $u_i$  à estimer sont dépendantes de trois coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Or, lorsque viendra le temps de reconstruire l'articulation du genou, il faudra kriger sur l'ensemble des coordonnées  $x$  et  $y$  des coupes tomographiques et ce pour plusieurs altitudes en  $z$ . Admettons que le tomographe à rayons X génère 40 images de dimension  $200 \times 200$ . Admettons par la suite que l'on veuille doubler la précision selon l'axe  $z$  et dans le plan  $xy$ , cela fait  $80 \times 400 \times 400 = 12\,800\,000$  intensités lumineuses à calculer avec le système de krigeage, ce qui est trop lourd à réaliser avec le système de krigeage. Cette limitation suggère de revoir notre méthode d'interpolation afin d'alléger les calculs engendrés par le système.

Également, la modélisation en tout point  $(x, y, z)$  du volume n'est pas tout à fait ce que l'on recherche. Dans le cadre de ce projet, nous sommes plutôt intéressés à l'enveloppe surfacique du fémur distal. De plus, le krigeage (méthode d'estimation linéaire) reconstruit très mal les discontinuités (contour osseux) que nous cherchons précisément à retrouver. Enfin, les outils de prototypage rapide fabriquent une pièce en suivant un parcours donné pour chaque élévation en  $z$ . En ce sens, une reformulation du problème en coordonnées cylindriques est beaucoup plus appropriée.

#### 4.1.4 Krigeage surfacique en coordonnées cylindriques

Étant donné que notre principal objectif est la modélisation de la surface osseuse de l'articulation du genou, il serait judicieux d'orienter la méthode de krigeage vers une estimation de surface. Ainsi, nous allons introduire le krigeage surfacique en coordonnées cylindriques. Imaginons qu'un cylindre se situe au centre de l'objet à estimer. Or, il est possible de caractériser la grandeur du rayon  $\rho$  partant du centre

du cylindre jusqu'à la surface de l'objet et ce, pour différents angles de rotation  $\theta$  et élévations  $z$ . La figure 4.8 présente cette approche. Les quantités  $u_i$  à estimer

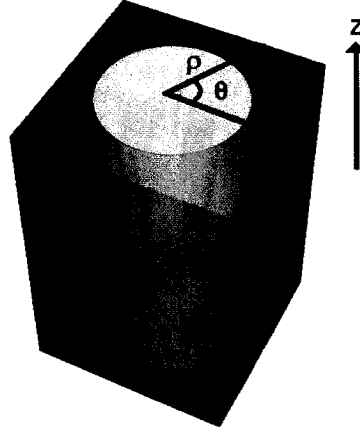


Figure 4.8 Principe du krigeage surfacique en coordonnées cylindriques

seront donc les grandeurs des rayons  $\rho$  pour différents angles  $\theta$  et élévations  $z$ .

Évidemment, l'expression du terme de moyenne sera transférée sur une base polynomiale légèrement différente que précédemment. Étant donné que nous travaillerons en coordonnées cylindriques, il est simple d'admettre que la base polynomiale sera en  $z$ ,  $\sin(\theta)$  et  $\cos(\theta)$ . Plus précisément, cette base prend la forme :

$$\begin{aligned}
 F(z, \sin(\theta), \cos(\theta)) = [ & 1 \ z \ \sin(\theta) \ \cos(\theta) \ z\sin(\theta) \ \sin(\theta)\cos(\theta) \ z\cos(\theta) \ z^2\sin(\theta) \\
 & \sin^2(\theta)\cos(\theta) \ z\cos^2(\theta) \ z\sin^2(\theta) \ \sin(\theta)\cos^2(\theta) \ z^2\cos(\theta) \\
 & z^2 \ \sin^2(\theta) \ \cos^2(\theta) \ \dots \ z^M \ \sin^M(\theta) \ \cos^M(\theta) ]
 \end{aligned}
 \tag{4.8}$$

En ce qui a trait au terme de fluctuation autour de la moyenne, on a vu à la section précédente que l'expression de la matrice  $\mathbf{C}$  impliquait un calcul de distance. En coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$ , cette notion de distance est très simple puisqu'on considère la distance euclidienne entre les points. Par contre, en coordonnées cylindriques, il

n'est pas si facile d'exprimer le concept de distance seulement à partir d'un angle de rotation  $\theta$  et d'une élévation en  $z$ . On ne peut malheureusement pas retourner dans un système de coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$  puisque l'élément manquant pour faire ce transfert est la grandeur du rayon  $\rho$ , élément qu'on cherche à estimer. Nous devons quand même tenter d'exprimer le mieux possible la notion de distance dans un cylindre à partir uniquement de l'angle de rotation  $\theta$  et de l'élévation en  $z$ . En coordonnées cylindriques, nous considérons la distance entre deux points de contrôle comme suit (Famibelle, 1999) :

$$\begin{aligned} d = |x_2 - x_1| &= \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2 - 2Z_1Z_2\cos(\theta_1 - \theta_2)} \\ &= \sqrt{(Z_1 - Z_2)^2 + 4Z_1Z_2\sin^2\left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right)} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Pour ce qui est de la matrice de covariance, notre choix s'est aussi arrêté sur  $C(d) = d^2 \ln(d)$ .

Pour fin de comparaison, nous avons repris la même coupe tomographique qu'à la section précédente (figure 4.4) et les mêmes points de contrôle. Mais cette fois, au lieu d'interpoler les intensités lumineuses, nous estimons plutôt la grandeur du rayon  $\rho$  du centre du cylindre jusqu'au contour osseux. Malgré le nombre limité de points de contrôle, on constate avec la figure 4.9, que le résultat est acceptable. Le temps de traitement de 0,020 seconde est aussi très prometteur par rapport au krigeage des intensités lumineuses qui admettait un temps de calcul de 20 secondes. Le gain en temps s'explique par le fait que l'on ne krige plus l'ensemble des pixels de l'image mais plutôt sur un nombre limité d'angles  $\theta$  pour une élévation en  $z$  donnée. Malgré ces résultats encourageants, le krigeage surfacique en coordonnées cylindriques présente toutefois un petit problème en ce qui a trait à la forme du contour à interpoler.

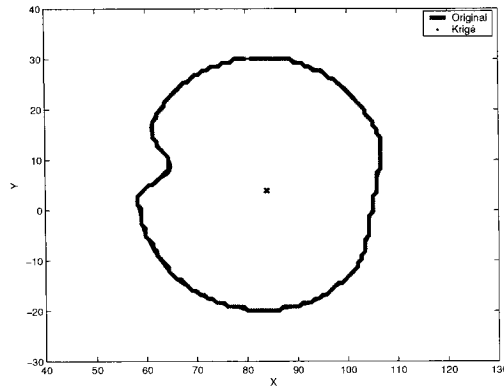


Figure 4.9 Krigeage en coordonnées cylindriques : comparaison entre le contour osseux krigé et le contour original. Le X rouge représente le centre du cylindre.

#### 4.1.4.1 Phénomène de rebond

Il faut être prudent dans l'orientation du système de coordonnées cylindriques et la position du centre. Une forme présentant une concavité importante admet plusieurs rayons  $\rho$  pour une altitude  $z$  et angle  $\theta$  donnés. Dans ce cas, le rayon n'est plus fonction de deux variables mais se comporte plutôt comme une relation. La figure 4.10 présente bien le phénomène de rebond associé à l'interpolation d'une forme concave en coordonnées cylindriques. On remarque que les lignes de reconstruction en bleu

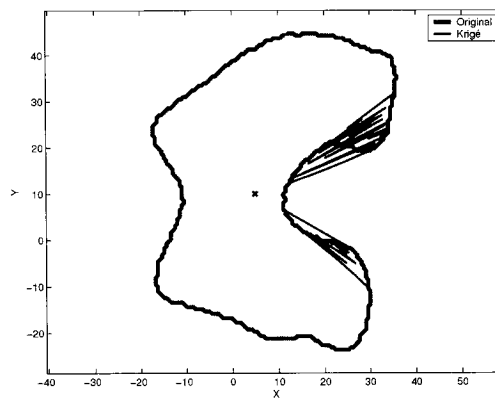


Figure 4.10 Phénomène de rebond associé à la reconstruction, en coordonnées cylindriques, d'un contour avec concavité importante

sont orientées vers le centre de la coupe tomographique. Ce centre correspond au

centre du cylindre utilisé dans le système de krigage en coordonnées cylindriques. Cette contrainte sera à considérer lorsque viendra le temps de modéliser le fémur distal.

#### 4.1.4.2 Krigage d'une forme contrôlée

Afin de tester le krigage en coordonnées cylindriques, prenons une forme aux caractéristiques mathématiques connues. La figure 4.11 présente la forme retenue pour notre simulation. Il s'agit d'un cylindre où le rayon varie selon une fonction sinus

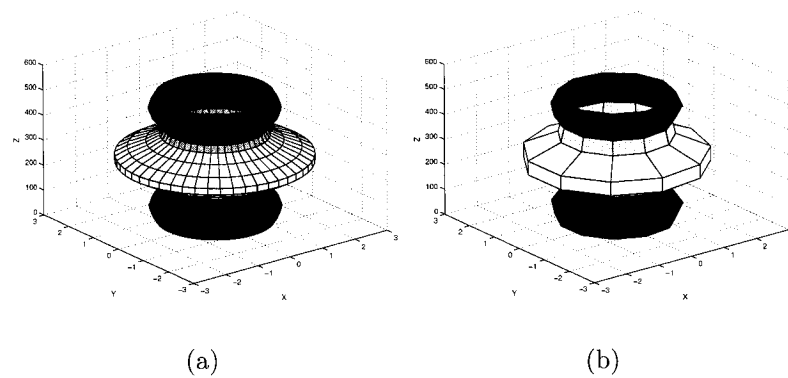


Figure 4.11 (a) Forme contrôlée (sans bruit additif) à kriger en coordonnées cylindriques (b) Points de contrôle pour le système de krigage

cardinal. Pour la formation du système de krigage, nous avons diminué considérablement le nombre de points de contrôle par rapport à la surface originale. Malgré un nombre limité de points de contrôle, on se rend compte de la précision de la méthode en observant le graphique 4.12. Non seulement, le résultat est précis (l'erreur maximale est inférieure à 0,035 mm) mais l'ensemble du traitement s'est déroulé en 0,1 seconde. Ainsi, nous avons à notre disposition une méthode permettant de modéliser en trois dimensions un objet à partir d'un nombre limité de points de contrôle. Or, une fois le modèle mathématique obtenu par krigage en coordonnées



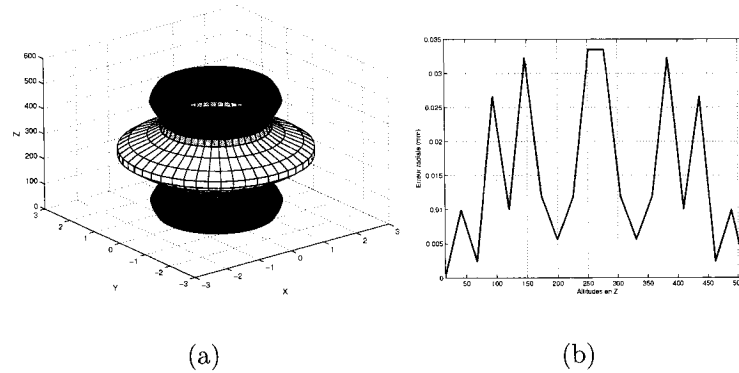


Figure 4.12 Résultat du krigeage en coordonnées cylindriques de la forme contrôlée (a) Forme krigée (b) Erreur radiale en mm selon l'altitude en  $z$

cylindriques, il est possible de fabriquer cette forme krigée à l'aide des récents outils en prototypage rapide (annexe II).

Résumons les différentes étapes présentées jusqu'à maintenant. Mentionnons tout d'abord le travail de restauration avec *a priori* 3D et une minimisation de type Geman et Reynolds point par point permettant d'améliorer la qualité des images du tomographe à rayons-X. À partir de ces images restaurées, on trouve les points de contours osseux en segmentant les images par simple seuillage. Ces points de contours osseux forment ce que l'on a appelé les points de contrôle dans le système matriciel de krigeage universel. En krigeant en coordonnées cylindriques sur plusieurs altitudes  $z_i$  et sur  $\theta = [0 \ 360]$  degrés, on forme un modèle mathématique transférable sur une machine de prototypage rapide. La chaîne de traitement numérique étant maintenant présentée, nous pouvons passer à la partie centrale du projet, c'est-à-dire la validation de cette chaîne de traitement sur spécimens cadavériques.

## CHAPITRE 5

### VALIDATION DE LA CHAÎNE DE TRAITEMENT

La chaîne complète de traitement numérique étant présentée, nous pouvons maintenant nous concentrer sur l'objectif principal de ce travail de recherche, c'est-à-dire la validation de notre méthodologie sur spécimens cadavériques. Tel que mentionné auparavant, plusieurs de mes prédécesseurs ont travaillé et validé certaines parties de la chaîne de traitement : restauration d'images tomodensitométriques (Villain, 1997), krigeage (Allain (1996), Famibelle (1999)), etc. La validation se faisait à l'aide d'un modèle mathématique connu ou encore avec des fantômes plastiques aux formes contrôlées. Le moment est donc venu de tester la précision de nos méthodes numériques sur des spécimens cadavériques. L'ensemble des manipulations s'est déroulé en étroite collaboration avec Dino Grifo (Grifo, 2005), étudiant à la maîtrise à l'École de technologie supérieure et l'hôpital Notre-Dame du CHUM qui nous a donné accès à la salle d'autopsie et à un tomographe à rayons-X.

#### 5.1 Préparation des spécimens cadavériques

Notre groupe de recherche s'est procuré trois spécimens cadavériques congelés frais (figure 5.1). Dans le but d'étudier et d'isoler la contribution des tissus mous et du cartilage sur la précision de notre chaîne de traitement, chaque spécimen sera étudié selon trois formes physiques successives :

1. en entier,
2. sans les tissus mous (peau, gras et muscles),
3. sans cartilage.

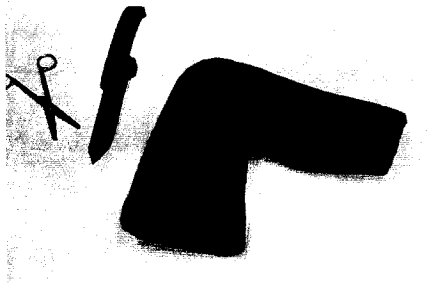


Figure 5.1 Un spécimen cadavérique reçu congelé frais

En effet, la densité des tissus mous et du cartilage étant similaires, il est possible que le contour osseux soit difficile à percevoir sur les images tomodensitométriques. De plus, dépendamment de l'âge des spécimens reçus, il se peut également que la densité osseuse s'apparente à celle des tissus mous et du cartilage. Ainsi, toutes ces difficultés potentielles suggèrent de travailler sur nos spécimens en trois phases distinctes (Grifo, 2005).

#### 5.1.1 Les spécimens en entier

Dans un premier temps, la chaîne de traitement sera étudiée sur les spécimens en entier, état correspondant à celui d'un véritable patient à qui l'on devra fabriquer une prothèse personnalisée du genou. Afin de contrôler certains paramètres de positionnement et angles de capture, les spécimens cadavériques seront insérés dans un gabarit de positionnement (Grifo, 2005). Pour ce faire, les spécimens sont taillés afin de s'insérer dans un socle en plastique. Un résumé des premières manipulations réalisées à la salle d'autopsie est présenté à la figure 5.2. Ainsi, chaque spécimen pourra être inséré dans le gabarit de positionnement (Grifo, 2005).

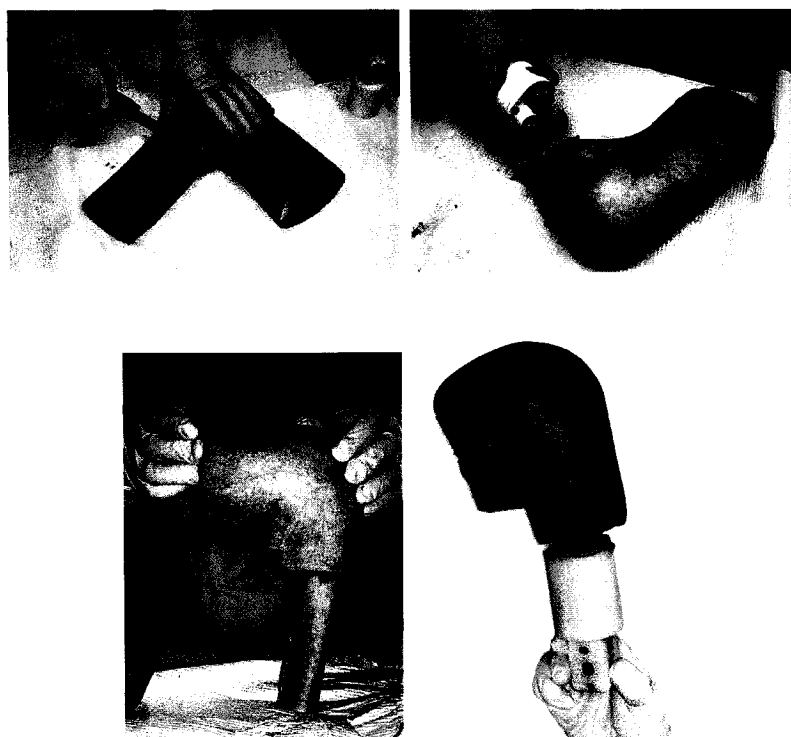


Figure 5.2 Premières préparations des spécimens cadavériques afin de les insérer dans le socle du gabarit de positionnement

### 5.1.2 Les spécimens sans les tissus mous

Une fois l'ensemble des manipulations réalisées sur les trois spécimens cadavériques, le prochain état physique consiste à enlever les tissus mous tout en conservant le cartilage. On entend par tissus mous la peau, les muscles, les ligaments, les tendons, les ménisques et le gras recouvrant le fémur distal. La figure 5.3 présente un aperçu des manipulations effectuées à la salle d'autopsie. À partir de cet état physique, il sera possible d'évaluer l'influence des tissus mous sur la précision obtenue à la fin de la chaîne de traitements numériques.

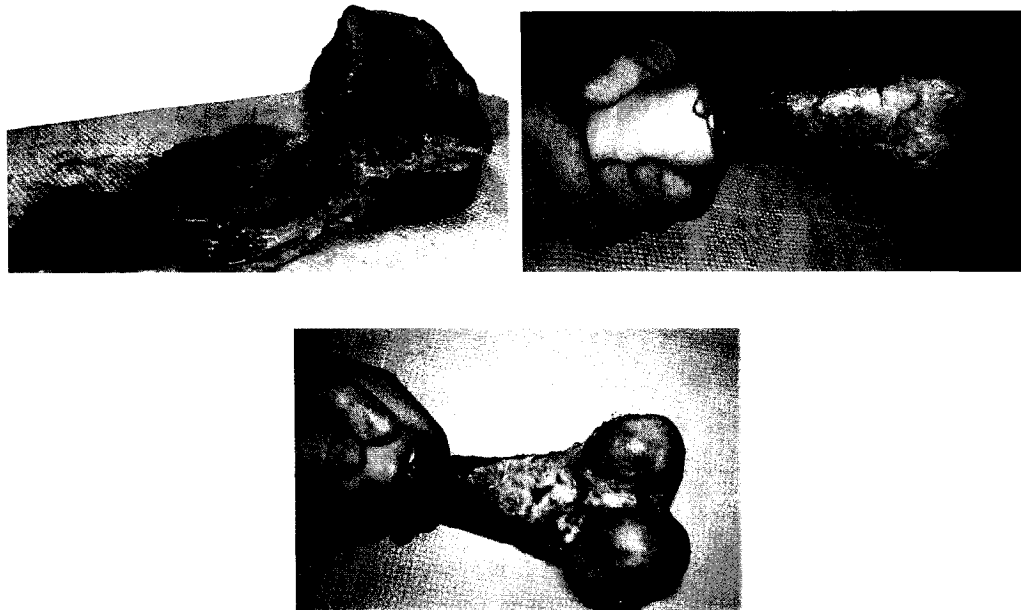


Figure 5.3 Résection des tissus mous tout en conservant le cartilage des spécimens cadavériques

### 5.1.3 Les spécimens sans cartilage

La dernière manipulation effectuée sur les spécimens cadavériques consiste à enlever le cartilage du fémur distal. Cette étape permettra de quantifier l'influence du cartilage sur la précision obtenue à la fin de la chaîne de traitement. Afin de retirer le cartilage sans abîmer l'os fémoral, une lame spéciale a été développée par le département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure. Cette lame vient s'insérer dans l'électrocautère normalement utilisé en salle de chirurgie et permet de soulever le cartilage de l'os. La figure 5.4 illustre les manipulations effectuées par Dr. Duval, chirurgien-orthopédiste, procédant à la résection du cartilage d'un spécimen. On remarque que l'électrocautère brûle les graisses mais ces brûlures ne sont qu'en surface de l'os.

En travaillant directement avec l'os à nu, il sera possible de comparer les résultats

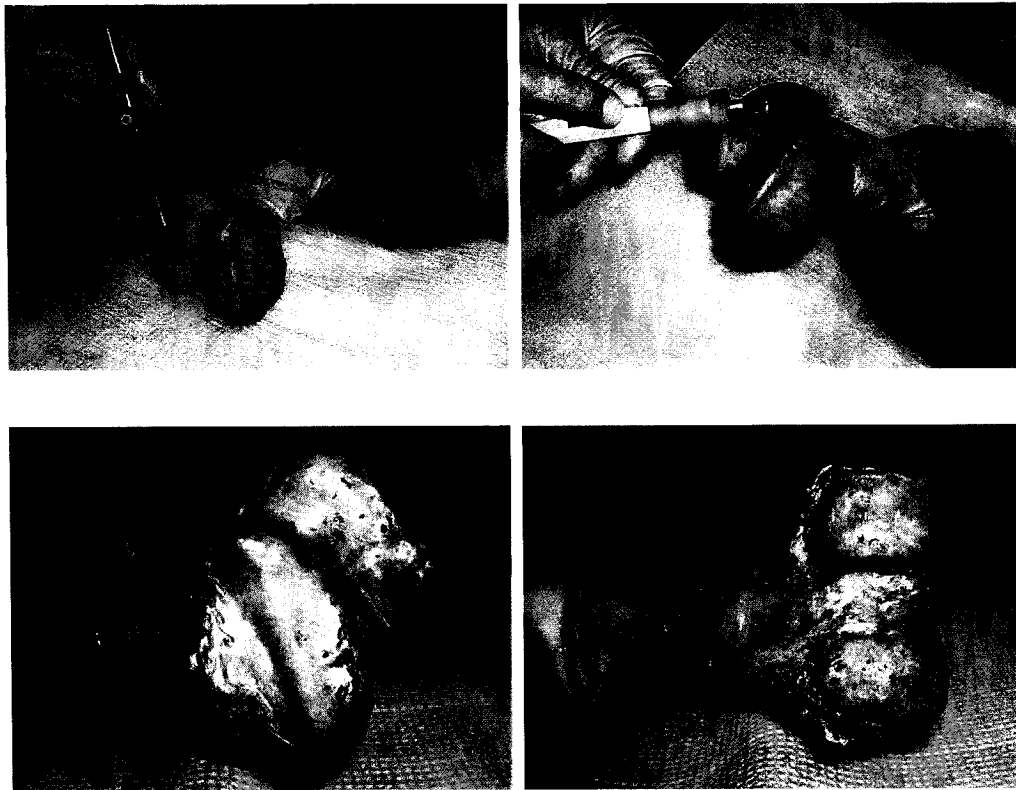


Figure 5.4 Résection du cartilage effectuée par Dr. Duval, chirurgien-orthopédiste

obtenus des états physiques précédents à cet état optimal. L'os à nu permettra non seulement de modéliser le fémur distal grâce à notre chaîne de traitement numérique mais également d'obtenir un nuage de points de haute densité à l'aide d'un numériseur 3D au laser (Grifo, 2005). Ce nuage de points permettra d'évaluer la précision, par différentes approches métrologiques (Grifo, 2005), de notre traitement numérique.

## 5.2 Prise d'images tomodensitométriques à l'hôpital

La prise d'images s'est déroulée à l'hôpital Notre-Dame du CHUM au département de radiologie. La machine utilisée est un tomographe *Picker PQ 5000* de la com-

pagnie *Philips*. Plusieurs paramètres, protocoles et algorithmes de reconstruction sont disponibles sur la machine. Ces différentes combinaisons possibles ont des répercussions sur la qualité des images reconstruites par le tomographe. Évidemment, à chaque étape de la chaîne de traitement, le but visé est de maximiser la précision du contour osseux dans la région fémorale distale. Lors de la prise d'images tomодensitométriques, les paramètres de réglages doivent favoriser :

- une résolution optimale,
- une distorsion de la réalité minimale,
- un rapport signal à bruit maximal.

Le tableau 5.1 présente les différents paramètres de réglages et leur influence sur les critères recherchés lors de la prise d'images.

En résumé, nous utilisons un tomographe à rayons-X avec un champ de vision (*FOV*) de 240 mm en mode axial avec le protocole « oreilles » et l'algorithme de reconstruction *bone*. On obtient ainsi des images de taille 512 pixels par 512 pixels avec une résolution de  $0,4688 \frac{\text{mm}}{\text{pixel}}$ . L'épaisseur de la coupe est de 1 mm ce qui vient minimiser l'effet du volume partiel et l'espace entre les coupes est aussi de 1 mm. Le mode axial est plus lent puisque le tomographe marque une « pause », à chaque capture, comparativement au mode hélicoïdal où la table se déplace continuellement. Puisque l'on ne connaît pas l'algorithme et les approximations utilisées par le tomographe pour reconstruire les images en mode hélicoïdal (l'interpolation utilisée par le tomographe est susceptible d'augmenter le flou), le mode axial est retenu afin de limiter les sources d'erreurs. Mentionnons également que l'algorithme de reconstruction *bone* est plus sensible au bruit mais admet des contours osseux plus clairs (diminution du flou).

Tableau 5.1 Paramètres de réglages lors de la prise d'images tomодensitométriques et leur influence

Critère recherché	Paramètres disponibles	Contraintes	Paramètres retenus
Résolution optimale	Champ ( <i>FOV</i> ) <ul style="list-style-type: none"> <li>· 240 mm</li> <li>· 480 mm</li> </ul>	Un petit champ de vision admet une résolution supérieure mais il est plus difficile de centrer l'objet.	FOV de 240 mm pour une résolution de $0,4688 \frac{\text{mm}}{\text{pixel}}$ (images de taille 512 pixels par 512 pixels).
Distorsion minimale	Protocoles <ul style="list-style-type: none"> <li>· Poumons</li> <li>· Chevilles</li> <li>· Oreilles</li> </ul> Mode <ul style="list-style-type: none"> <li>· Axial</li> <li>· Hélicoïdal</li> </ul>	L'épaisseur du faisceau va de pair avec les protocoles établis par le département de radiologie. Le mode axial est plus lent que le mode hélicoïdal mais la reconstruction est plus fidèle à la réalité.	Protocole « oreilles » en mode axial avec une épaisseur de faisceau de 1 mm et un pas entre les coupes aussi de 1 mm.
Rapport signal à bruit maximal	Algorithmes de reconstruction <ul style="list-style-type: none"> <li>· Standard</li> <li>· Smooth</li> <li>· Bone</li> <li>· Sharp</li> </ul>	L'objectif n'est pas d'obtenir des images aux qualités visuelles agréables mais plutôt des contours osseux précis.	Algorithme <i>bone</i> (couramment utilisé pour l'orthopédie).



### 5.3 Résultats

Les coupes tomographiques des trois spécimens cadavériques étant prises, nous allons présenter quelques résultats issus de la chaîne de traitements numériques. Dans le but de simplifier la présentation, nous allons nous attarder uniquement au deuxième spécimen sous sa forme physique entière, c'est-à-dire avec l'ensemble de la peau, gras muscles, cartilage, etc. Pour plus de détails, une analyse approfondie des résultats est présentée dans le mémoire de maîtrise de Dino Grifo (Grifo, 2005).

De plus, lors de la prise d'images tomodensitométriques, nous avons évalué plusieurs angles de capture à l'aide d'un gabarit de positionnement (Grifo, 2005). Or, seul l'angle de capture à 30 degrés sera considéré dans le cadre de la présentation des résultats. La capture à 30 degrés (figure 5.5) représente une position très réaliste pour un patient couché sur la table du tomographe à rayons-X. À partir des coupes

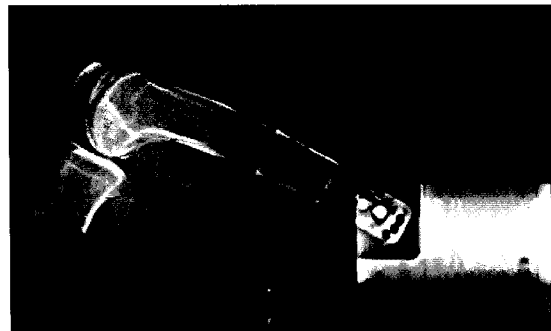


Figure 5.5 Vue latérale (pilote) de la prise d'images tomodensitométriques du deuxième spécimen cadavérique (forme physique entière) à 30 degrés

tomographiques, l'enveloppe surfacique du fémur distal sera reconstruite en suivant les différentes étapes de la chaîne complète de traitements.

### 5.3.1 Chaîne de traitements numériques

Examinons tout d'abord le résultat de la restauration de deux coupes tomographiques, soit une au début du fémur distal (figure 5.6) et l'autre vers la fin (figure 5.7).

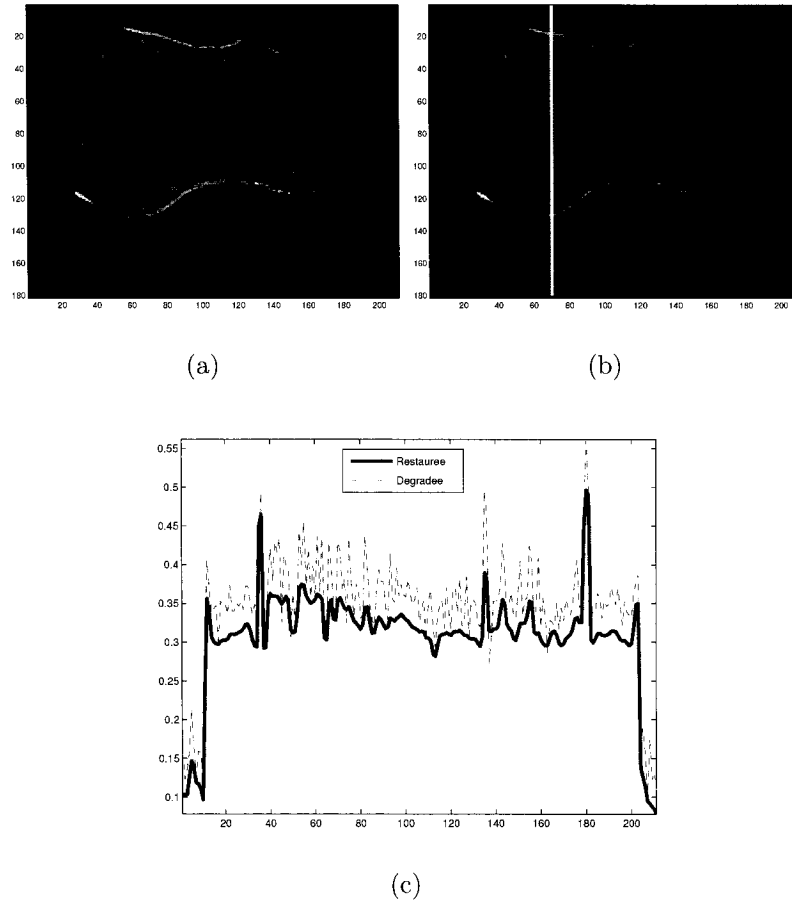


Figure 5.6 Restauration d'une coupe tomographique située au début du fémur distal (a) Image dégradée du tomographe à rayons-X (b) Image restaurée ( $\delta = 0,01$  et  $\lambda = 0,015$ ) et direction du profil (c) Profil de la colonne no 70

On constate que la restauration permet de conserver les contours osseux tout en réduisant le bruit ambiant. De plus, l'analyse du profil (situé dans les condyles fémoraux), permet de valider une autre hypothèse émise par notre groupe de re-

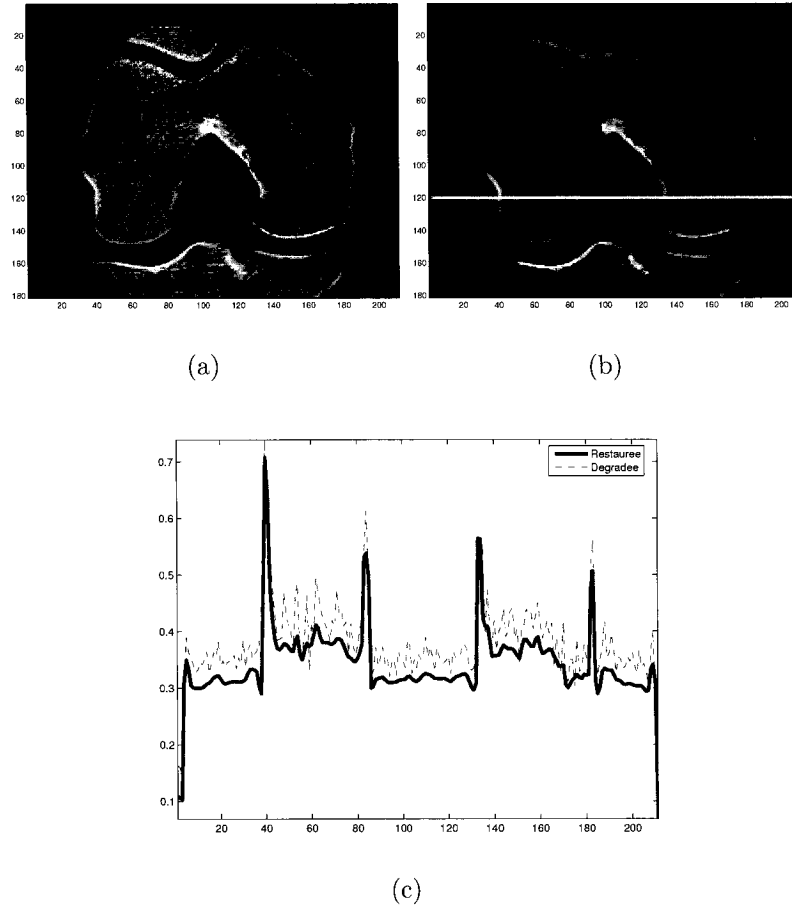


Figure 5.7 Restauration d'une coupe tomographique située à la fin du fémur distal (a) Image dégradée du tomographe à rayons-X (b) Image restaurée ( $\delta = 0,01$  et  $\lambda = 0,015$ ) et direction du profil (c) Profil de la ligne no 120

cherche, à savoir que l'intensité du contour osseux serait située autour de 0,50 sur une échelle  $[0 \ 1]$ . Dans les deux cas, on distingue très bien les « pics » de contour osseux d'intensités entre 0,45 et 0,50. Ainsi, nous pouvons segmenter, par seuillage, les coupes tomographiques restaurées afin d'en extraire uniquement les points du contour osseux. Le résultat de cette segmentation est présenté à la figure 5.8.

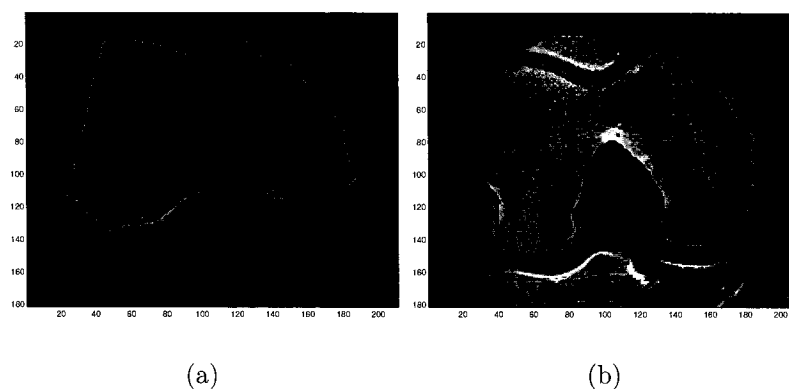


Figure 5.8 Segmentation des coupes restaurées et superposition à la coupe originale  
(a) Contour situé au début du fémur distal (b) Contour situé à la fin du fémur distal

À partir de l'ensemble des contours osseux, on peut ensuite modéliser l'enveloppe surfacique (figure 5.9), par krigeage en coordonnées cylindriques, du fémur distal. L'orientation du système d'axes en coordonnées cylindriques est celle permettant

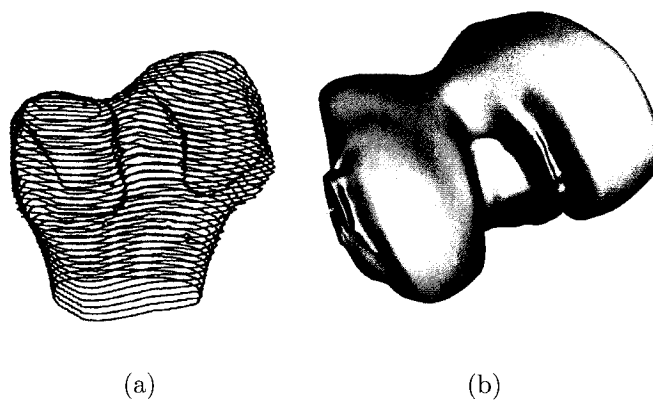


Figure 5.9 Enveloppe surfacique du fémur distal (a) Ensemble des contours osseux  
(b) Krigeage en coordonnées cylindriques (l'orientation du cylindre est donnée en vert)

de reconstruire les condyles fémoraux avec une précision maximale. Grâce à cette enveloppe surfacique, il est possible de fabriquer, par prototypage rapide (annexe II), le fémur distal ou encore directement la prothèse personnalisée du genou.

### 5.3.2 Estimation de l'erreur

La chaîne de traitements numériques étant complétée, il serait approprié d'effectuer une première comparaison entre le modèle krigé et le spécimen cadavérique original. Mentionnons qu'une analyse beaucoup plus détaillée est présentée dans le mémoire de maîtrise de Dino Grifo (Grifo, 2005). L'objectif de cette section est plutôt d'examiner sommairement la précision de la reconstruction du fémur distal. Pour ce faire, un nuage de points haute-densité du spécimen cadavérique (l'os à nu) est obtenu grâce à un numériseur 3D au laser (Grifo, 2005). Les points provenant du krigage sont ensuite rapprochés (*best fitting*) à ce nuage haute-densité afin d'évaluer l'erreur entre les deux surfaces. La figure 5.10 fait état de la distribution de l'erreur, sur la surface condyloire (là où sera apposée éventuellement la prothèse) du fémur distal, entre la surface krigée et le nuage haute-densité.

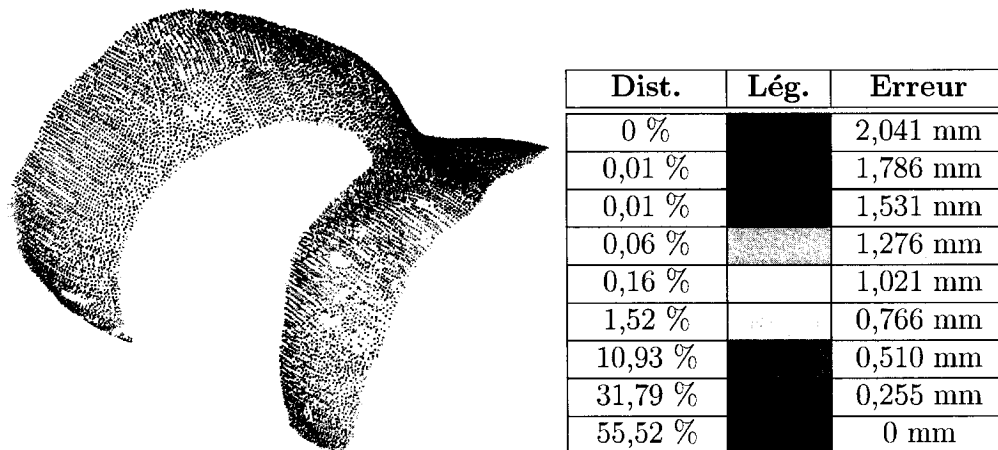


Figure 5.10 Distribution de l'erreur sur la surface condyloire entre la surface krigée et le nuage de point haute-densité du numériseur 3D au laser

Ainsi, on constate que 99,76 % des points krigés présentent une erreur inférieure à 1 mm. On rappelle que les travaux de Marval (2001) suggèrent qu'une erreur d'apposition maximale de 1 mm entre la prothèse et l'os est souhaitable si nous

désirons produire une prothèse de faible épaisseur. De plus, 0,24 % des points krigés ont une erreur entre 1 et 2 mm. Par contre, il est difficile de localiser ces quelques points erronés sur le graphique.

#### 5.4 Discussion

À partir de cette première analyse, nous sommes en mesure de valider la précision de la chaîne complète de traitement. L'objectif initial d'obtenir une précision à l'intérieur du millimètre a été rencontré. Remarquons que pour la toute première fois, cette précision n'a pas été étudiée de façon indépendante à chaque étape de la chaîne en utilisant des fantômes aux dimensions et formes connues. Il s'agit de l'évaluation de la précision globale de notre chaîne en utilisant un spécimen cadavérique humain. De la prise d'images tomодensitométriques jusqu'au krigeage en coordonnées cylindriques, l'erreur globale se situe à l'intérieur du millimètre. En terminant, il est important de mentionner que ce rapprochement entre les deux nuages de points n'est qu'une première analyse des résultats obtenus sur spécimens cadavériques. Le lecteur est invité à prendre connaissance de l'analyse détaillée présentée dans le mémoire de maîtrise de Grifo (2005).

## CONCLUSION

Le principal objectif de ce travail de recherche était l'intégration et le développement de méthodes en traitement d'images et reconstruction tridimensionnelle afin de fabriquer avec précision une prothèse personnalisée du genou. L'originalité de notre travail repose sur une approche moins invasive que celle introduite initialement par le docteur Gariépy (chapitre 2) afin de fabriquer une prothèse personnalisée. De plus, la prothèse personnalisée présente plusieurs avantages comparativement à la méthode actuelle qu'est l'arthroplastie totale du genou (chapitre 1). Avec le nombre grandissant des cas d'arthrose dégénérative, notre méthode, simple, précise et très peu invasive, pourrait jouer un rôle clé au cours des prochaines années.

Nous avons divisé la chaîne de traitements numériques en quatre grandes étapes. Premièrement, la modalité d'imagerie retenue est la tomodesitométrie à rayons-X. Elle permet d'avoir un accès direct et de façon peu invasive aux caractéristiques physiques du fémur distal du patient. Deuxièmement, les images tomodesitométriques sont restaurées (chapitre 3) avec l'approche Geman et Reynolds point par point permettant de réduire la dégradation occasionnée à la fois par la PSF et le bruit qu'on l'on a supposé blanc et gaussien. Troisièmement, les images restaurées sont segmentées (chapitre 4) afin d'isoler le contour osseux du fémur distal. Étant donné tout le travail de restauration, un simple seuillage permet d'extraire avec précision les contours. Enfin, à partir des points de contours osseux, le fémur distal est modélisé par krigeage universel en coordonnées cylindriques (chapitre 5). Le modèle numérique krigé permet de fabriquer la réplique du fémur distal ou encore directement la prothèse par prototypage rapide (annexe II).

Au chapitre 5, la précision de la chaîne de traitements numériques a été évaluée

sur spécimens cadavériques. Ainsi, on constate que l'approche retenue donne des résultats acceptables à l'intérieur du millimètre de précision. Un prolongement de ce travail consisterait à expérimenter notre méthodologie lors d'essais cliniques. En confiant la fabrication à un laboratoire spécialisé, il serait possible d'introduire une prothèse personnalisée du genou chez un patient et d'en suivre l'évolution. Également, il est souhaitable d'agrandir l'espace inter-images lors de la prise d'images tomodensitométriques, réduisant ainsi la dose reçue par le patient. Il faudra évaluer l'impact de cette perte de résolution spatiale lors de la modélisation tridimensionnelle. Enfin, mentionnons qu'il est probablement possible d'appliquer la même méthodologie et de fabriquer une prothèse personnalisée de la hanche. La forme moins complexe de la tête fémorale par rapport au fémur distal suggère que notre approche pourrait être envisagée.



## RÉFÉRENCES

- AAOS (2002). Osteoarthritis of the Knee : Joint Replacement. American Academy of Orthopaedic Surgeons, [http ://www3.aaos.org /research /imca /OAkneeContents/ OA\\_knee\\_m7\\_2.htm](http://www3.aaos.org/research/imca/OAkneeContents/OA_knee_m7_2.htm).
- ALLAIN, M. (1996). Estimation de la surface osseuse de l'articulation du genou : Étude d'une méthode à base de krigeage. Rapport technique, École Polytechnique de Montréal, Rapport de stage.
- ALLAIN, M. (2002). Approche pénalisée en tomographie hélicoïdale en vue de l'application à la conception d'une prothèse personnalisée du genou. Thèse de Doctorat, Université Paris-Sud Centre d'Orsay.
- BRODEUR, P., DANSEREAU, J., GUISE, J. D. et LABELLE, H. (1995). A points-to-surfaces matching technique for the application of augmented reality during spine surgery. *Engineering in Medicine and Biology Society, IEEE 17th Annual Conference*, 2, 1197–1198.
- CARON, M. (2000). Traitement de fichier .SLC pour différents systèmes de prototypage rapide. Rapport technique, École de technologie supérieure, Rapport de projet synthèse MEC-790.
- DEMOMENT, G. (1989). Image Reconstruction and Restoration : Overview of Common Estimation Structure and Problems. *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, 2024–2036, ASSP-37.
- DENNIS, D. A. (2004). Evaluation of Painful Total Knee Arthroplasty. *The Journal of Arthroplasty*, 19.
- DORÉ, S. (1987). Utilisation des techniques de tomographie et de fabrication assistées par ordinateur pour la fabrication de prothèses personnalisées. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.

- DORÉ, S. (1992). Experimental Identification of X-ray CT system characteristics for an improved understanding of image processing. Thèse de Doctorat, McGill University.
- DORÉ, S., DROUIN, G. et BOBYN, J. (1986). Implant Customizing Trends in Orthopaedics. *SOMA 1(1)*, 44–45.
- DORÉ, S. et GOUSSARD, Y. (1997). Experimental Determination of CT Point Spread Function Anisotropy and Shift-Variance. Proceedings. *19th International Conference - IEEE/EMBS, Chicago*, 788–791.
- FAMIBELLE, M. (1999). Estimation de la surface osseuse de l'articulation du genou par la méthode du krigeage. Rapport technique, École Polytechnique de Montréal, Rapport de stage.
- GEMAN, D. et REYNOLDS, G. (1992). Constrained restoration and recovery of discontinuities. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach.*, 367–383, PAMI-14(3).
- GEMAN, D. et YANG, C. (1995). Nonlinear Image Recovery with Half-Quadratic Regularization. *IEEE Transactions Image Processing*, 932–946, IP-4(7).
- GONZALEZ, R. C. et WOODS, R. E. (1992). Digital Image Processing. Library of Congress Cataloging-in-Publication Data.
- GRIFO, D. (2005). Étude métrologique d'un procédé menant à la fabrication de prothèses personnalisées (En cours de rédaction). Mémoire de maîtrise, École de technologie supérieure.
- HASS, S. B., NELSON, C. L. et LASKIN, R. S. (2000). Posterior stabilized knee arthroplasty : an assessment of bone resection. *Elsevier Science, The Knee*.
- HEWITT, B. et SHAKESPEARE, D. (2000). A straightforward method of assessing the accuracy of implantation of knee prostheses. Rapport technique, Department of Orthopaedic Surgery, Warwick Hospital, Warwickshire,.

- HUSSE, S. (2004). Reconstruction d'images en imagerie par résonnance magnétique - Approche régularisée par champs de Markov. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- IDIER, J. (2001). Convex Half-Quadratic Criteria and Interacting Auxiliary Variables for Image Restoration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10, 1001–1009.
- IDIER, J., BLANC-FERAUD, L., CARFANTAN, H., CHAMPAGNAT, F., DEMOMENT, G., DESCOMBES, X., DINTEN, J.-M., GAUTIER, S., GIOVANNELLI, J.-F., GOUSSARD, Y., HERMENT, A., BESNERAIS, G. L., MOHAMMAD-DJAFARI, A., MUGNIER, L., SAUER, K. et THIBAUT, J.-B. (2000). Approche bayésienne pour les problèmes inverses. Hermès.
- LAM, L. O. et SHAKESPEARE, D. (2003). Varus/valgus alignment of the femoral component in total knee arthroplasty. *Elsevier Science, The Knee*.
- LEOPOLD, S. S. (2004). Total Knee Replacement : A Patient's Guide. <http://www.orthop.washington.edu/faculty/Leopold/totalknee/01>.
- MARVAL, C. (2001). Détermination de la résistance à la fatigue des prothèses de recouvrement personnalisées. Mémoire de maîtrise, École de technologie supérieure.
- MATHERON, G. (1980). Splines et krigeage : leurs équivalences formelles. Rapport technique, Centre de Géostatistique, École de Mines de Paris.
- MORELAND, J. (1988). Mechanisms of failure in total knee arthroplasty. *Clinical Orthopaedics*.
- PFIZER (2003). Comment assurer le succès d'une arthroplastie du genou. Pharmacia, Pfizer.
- PLASKOS, C., HODGSON, A. J., INKPEN, K. et MCGRAW, R. W. (2002). Bone Cutting Errors in Total Knee Arthroplasty. *The Journal of Arthroplasty*, 17.

- RCRA (2004). Arthroplasties totales de la hanche et du genou au Canada. Registre canadien des remplacements articulaires, ISBN 1-55392-369-3 (PDF).
- RICHARD, M. (2000). Vulgaris-Médical. <http://www.vulgaris-medical.com>.
- SALEH, K. J., DYKES, D. C., TWEEDIE, R. L. et MOHAMED, K. (2002). Functional Outcome After Total Knee Arthroplasty Revision - A Meta-Analysis. *The Journal of Arthroplasty*, 17.
- SOININVAARA, T. A., MIETTINEN, H. J., JURVELIN, J. S., SUOMALAINEN, O. T., ALHAVA, E. M. et KROGER, H. P. (2004). Periprosthetic femoral bone loss after total knee arthroplasty : 1-year follow-up study of 69 patients. *Elsevier Science, The Knee*.
- STEREOLITHOGRAPHY (2004). Stereolithgraphy : Making Rapid Prototyping easier. <http://www.stereolithography.com/rapidprototyping.php>.
- STRYKER (2001). Duracon and Scorpio Total Knee Systems Surgical Potocol. Stryker Howmedica Osteonics, Lit. No. LSPK31.
- VILLAIN, N. (1997). Restauration markovienne tridimensionnelle d'images tomographiques ; application à la conception de prothèses personnalisées du genou. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- VILLAIN, N., GOUSSARD, Y., IDIER, J. et ALLAIN, M. (2003). 3D Edge-Preserving Image Enhancement for Computed Tomography. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 22.
- XU, C. et PRINCE, J. L. (1997). Gradient Vector Flow : A New External Force for Snakes. *IEEE Proc. Conf. on Comp. Vis. Patt. Recog.*

## ANNEXE I

### APERÇU DE LA PROCÉDURE CHIRURGICALE DE L'ARTHROPLASTIE TOTALE DU GENOU

Afin de bien cerner les limites et problèmes potentiels reliés à l'arthroplastie totale du genou, il est important de saisir les principales étapes de l'intervention. La description donnée ici ne résume que partiellement, avec illustrations à l'appui, le protocole chirurgical de ce type d'intervention pratiquée en milieu hospitalier.

On peut regrouper l'arthroplastie totale du genou en dix grandes étapes principales :

1. incision au niveau du genou et dégagement de l'articulation
2. préparation et alignement fémoraux
3. résection fémorale
4. préparation et alignement tibiaux
5. résection tibiale
6. mise en place de la pièce tibiale
7. mise en place de la pièce fémorale
8. mise en place de la pièce d'insertion
9. mise en place de la pièce rotulienne
10. fermeture au niveau du genou

L'arthroplastie totale du genou consiste à remplacer l'articulation originale du genou par des pièces mécaniques composées d'alliage métallique et d'autres en polyéthylène. Ainsi, l'intervention fait appel à plusieurs outils médicaux permettant de couper, percer guider et visser. Tel que présenté à la figure I.1, l'orthopédiste

procède tout d'abord à l'incision au niveau du genou et dégage l'articulation afin d'avoir l'espace nécessaire pour travailler. La peau et les muscles qui recouvraient l'articulation sont maintenus en place afin de ne pas nuire au travail du médecin. Ensuite, comme illustré à la figure I.2, on prépare l'os fémoral à recevoir le gabarit

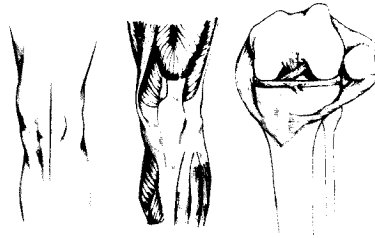


Figure I.1 Incision au niveau du genou (Stryker, 2001)

servant à l'alignement. On perce le long du canal intramédullaire à l'aide d'une per-

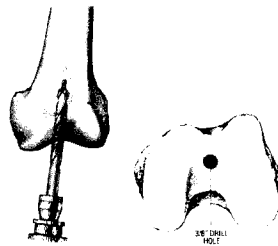


Figure I.2 Préparation fémorale (Stryker, 2001)

ceuse. Le trou servira à accueillir le guide servant à la fois à l'alignement fémoral et sa résection. Une fois le guide en place, on procède à l'alignement (figure I.3). L'alignement est réussi lorsque la tige intersecte le centre de la tête fémorale et est environ parallèle à l'axe du fémur en vue latérale. On maintient le guide en place et on enchaîne avec la résection du fémur, présentée à la figure I.4. Cette résection a pour but de sculpter l'os afin qu'il épouse la grandeur et la géométrie d'une prothèse préfabriquée. Mentionnons que le chirurgien a la possibilité de sélectionner une grandeur de prothèse plutôt qu'une autre. De façon similaire, on procède à la préparation de l'os tibial (figure I.5) pour qu'il reçoive son gabarit d'alignement.

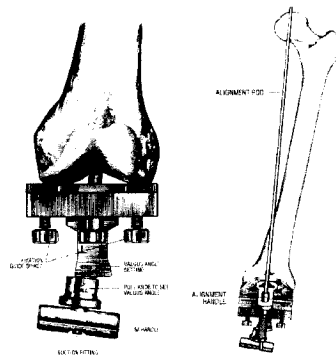


Figure I.3 Alignement fémoral (Stryker, 2001)

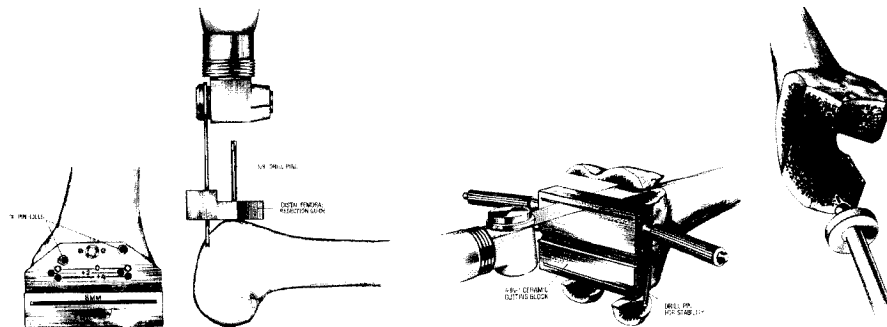


Figure I.4 Résection fémorale (Stryker, 2001)

Une fois l'alignement effectué (figure I.6), on effectue également la résection de l'os (figure I.7) encore dans le but d'adapter l'os tibial à une prothèse standard de grandeur choisie. Il ne reste plus qu'à mettre en place (figure I.8) les différentes pièces formant la nouvelle articulation mécanique soit, tibiale, fémorale, insertion (*insert*) en polyéthylène et rotulienne, pour finalement refermer le patient.

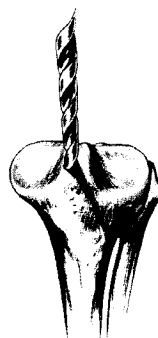


Figure I.5 Préparation tibiale (Stryker, 2001)

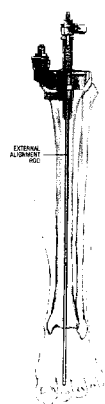


Figure I.6 Alignement tibial (Stryker, 2001)

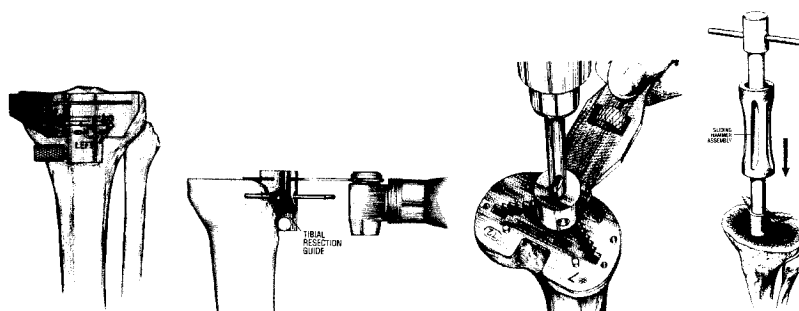


Figure I.7 Résection tibiale (Stryker, 2001)



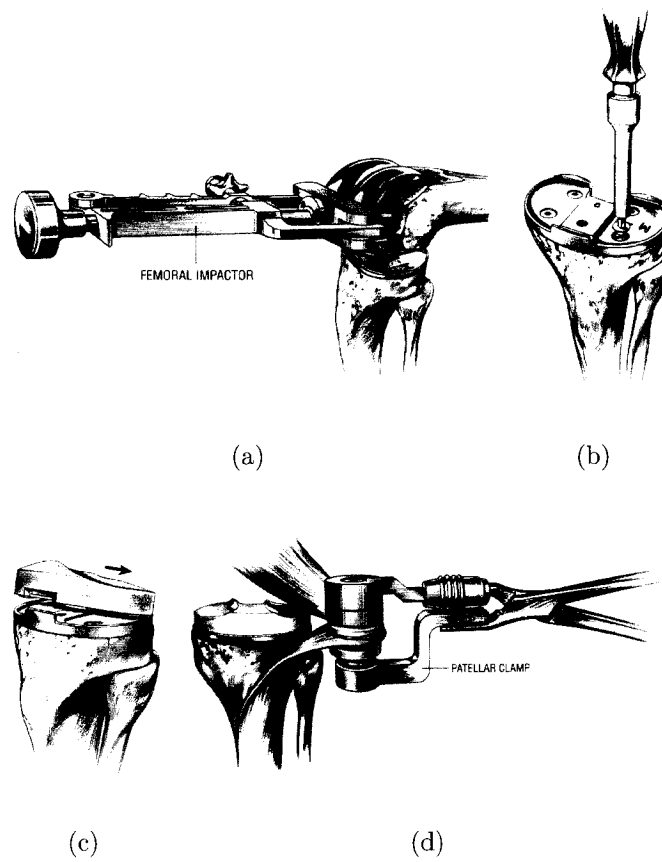


Figure I.8 Mise en place des différents pièces de l'articulation (Stryker, 2001) (a) Fémorale (b) Tibiale (c) Insertion en polyéthylène (d) Rotulienne

## ANNEXE II

### FABRICATION PAR PROTOTYPAGE RAPIDE

Le terme prototypage rapide (*Rapid Prototyping, RP*) fait référence à la famille de technologies fabriquant rapidement, couche par couche, un modèle physique à partir d'un fichier informatique (Stereolithography, 2004). Ces « imprimantes tridimensionnelles » permettent aux designers d'obtenir rapidement un prototype tangible de leur modèle, plutôt qu'une image bidimensionnelle à l'écran. Plus récemment, plutôt que de se contenter d'un prototype, ces mêmes machines sont aussi utilisées pour l'outillage rapide, c'est-à-dire la production de pièces mécaniques de haute précision. Pour une petite production de pièces aux formes complexes, l'outillage rapide s'avère un avantage concurrentiel par rapport aux techniques de fabrication conventionnelles. Évidemment, le terme rapide est plutôt relatif. Ainsi, la plupart des pièces fabriquées par outillage rapide nécessitent normalement entre 3 et 72 heures. Une même pièce complexe peut demander des semaines ou des mois de fabrication à un machiniste.

Étant donné que le prototypage rapide est désormais utilisé non plus pour des prototypes mais également pour des pièces finales, on parle plutôt de « fabrication forme libre » ou encore de « fabrication par couche ». En ce sens, l'outillage rapide est un procédé « additif », combinant, les unes aux autres, de minces couches de papier, cire, plastique ou de métal. En comparaison, la majorité des procédés de fabrication conventionnels sont « soustractifs », enlevant du matériel d'un bloc solide pour arriver à la pièce désirée.

Dans le cadre de ce travail de recherche, nous utilisons la machine *Prodigy Plus*,

présentée à la figure II.1, de la compagnie *Stratasys*. Chaque couche est construite

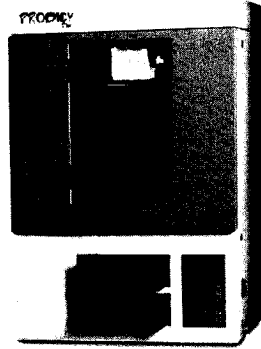


Figure II.1 Machine de prototypage rapide *Prodigy Plus* de la compagnie *Stratasys*

par extrusion d'un mince cordon de plastique chauffé juste au-dessus de son point de fusion (*Fused Deposition Modeling, FDM*). La nouvelle couche se refroidit naturellement par contact avec la couche précédente qui est à une température inférieure (Caron, 2000).

## II.1 Les fichiers STL

Les fichiers format .STL (*stereolithography* à l'origine) ont établi un standard dans l'industrie du prototypage rapide. D'abord développé par la compagnie *3D Systems*, ce format de fichier a été repris et intégré par la totalité des manufacturiers. Le fichier .STL représente un objet physique à l'aide d'une triangulation surfacique telle que présentée à la figure II.2. L'objet à fabriquer est donc modélisé par un ensemble de triangles formés de trois points et d'une normale. Chaque triangle est sauvegardé dans un fichier texte ou binaire les uns à la suite des autres. Dans notre cas, par simplicité, nous avons choisi de travailler avec des fichiers .STL texte plutôt que binaire. Le tableau II.1 présente le format général d'un fichier .STL texte. Il y a trois règles très importantes à respecter concernant le format .STL. Premièrement, la règle *vertex-to-vertex* (figure II.3) où chaque triangle adjacent partage deux arêtes

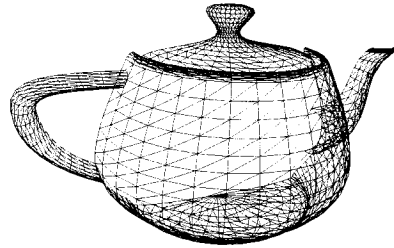
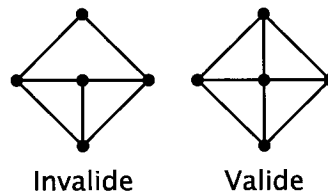


Figure II.2 Fichier STL : triangulation surfacique

communes. Deuxièmement, l'objet physique doit être spécifié par une « enveloppe

Figure II.3 Règle *Vertex to Vertex* à respecter

surfacique » complètement fermée, c'est-à-dire que chaque triangle est adjacent à un autre. Troisièmement, l'ordre de présentation des points du triangle dicte le sens de la normale et permet de distinguer une surface extérieure d'une surface intérieure. La règle de la main droite, voir figure II.4, aide à retenir l'ordre de présentation des points et le sens de la normale.

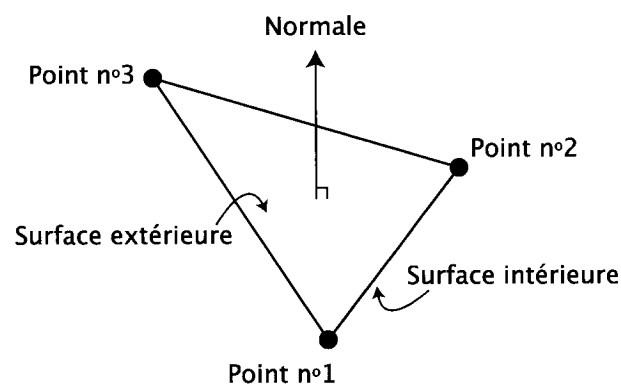


Figure II.4 Règle de la main droite afin de déterminer le sens de la normale

Le format de fichier .STL ressemble énormément à la spécification informatique

Tableau II.1 Format général d'un fichier .STL texte : chaque triangle est représenté par l'orientation de sa normale et ses trois extrémités

```

solid Objet.stl créé par Benoit Galarneau
facet normal  $x$   $y$   $z$ 
  outer loop
    vertex  $x$   $y$   $z$ 
    vertex  $x$   $y$   $z$ 
    vertex  $x$   $y$   $z$ 
  endloop
endfacet
facet normal  $x$   $y$   $z$ 
  outer loop
    vertex  $x$   $y$   $z$ 
    vertex  $x$   $y$   $z$ 
    vertex  $x$   $y$   $z$ 
  endloop
endfacet
...
endsolid Objet.stl

```

d'objets tridimensionnels avec librairies graphiques comme *OpenGL* par exemple. Ainsi, il est très facile d'afficher graphiquement l'objet .STL à fabriquer en utilisant une librairie graphique standard 3D. En infographie, un objet tridimensionnel est également représenté par un ensemble de triangles et normales. Par contre, on est en droit de se demander l'intérêt de spécifier un objet à fabriquer couche par couche à l'aide d'un ensemble de triangles. En ce sens, avant de lancer la fabrication, le logiciel communicant avec la machine, doit découper au préalable en couches minces (*slices*) l'objet .STL donné. Alors, pourquoi fournir une spécification de l'objet à l'aide de triangles alors que la technologie fonctionne par addition de couches minces ? D'où l'intérêt des fichiers .SLC.

## II.2 Les fichiers SLC

Le format de fichier .SLC (*slices*) est une représentation par contours «  $2D\frac{1}{2}$  » de l'objet à fabriquer. Le fichier spécifie à la machine de prototypage rapide les points de contour que devra suivre la pointe d'extrusion dans le plan  $xy$  pour une altitude  $z$  donnée. Chaque tranche, d'épaisseur  $\Delta z$  déterminée, est ainsi construite telle que spécifiée dans le fichier .SLC. Le logiciel de la machine n'a donc pas besoin de découper en tranches l'objet à fabriquer, puisque c'est l'utilisateur qui donne les tranches à construire via le fichier .SLC. Par défaut, la surface est définie par un seul contour où les points sont ordonnancés dans le sens anti-horaire. Par contre, si l'utilisateur désire construire une surface avec un trou, il doit spécifier deux contours, un pour la paroi extérieure et un autre pour la paroi intérieure. Le sens anti-horaire est réservé pour la paroi extérieure et le sens horaire pour la paroi intérieure. La figure II.5 présente l'ordre des points à respecter pour les fichiers .SLC.

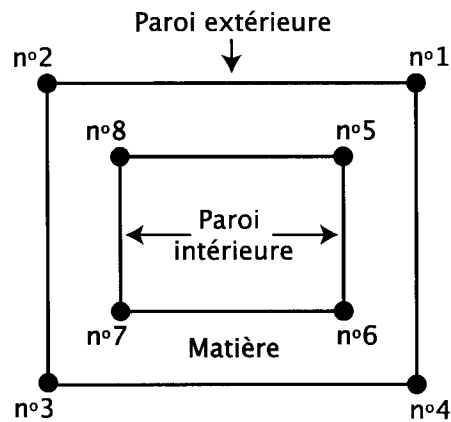


Figure II.5 Ordre des points à respecter pour les fichiers .SLC

Les tranches sont ainsi construites successivement les unes après les autres telles que spécifiées par le format .SLC présenté au tableau II.2 où les altitudes  $z_i$  représentent la position absolue, selon l'axe  $z$ , de la surface à construire et  $\Delta z$  l'épaisseur de la couche. Évidemment, on doit respecter  $z_1 = z_0 + \Delta z$  et ainsi de suite pour

Tableau II.2 Format général d'un fichier .SLC texte : l'objet à fabriquer est découpé au préalable en couches minces d'épaisseur  $\Delta z$

```

Slice V0
FILE(Objet.slc)
UNITS(mm)
... Fin de l'entête de fichier
Z  $z_0$   $\Delta z$ 
x y
x y
...
x y
C
x y
x y
...
x y
C
...
Z  $z_n$   $\Delta z$ 
x y
x y
...
x y
C
END

```

l'ensemble des couches à construire. On constate facilement comment ce format de fichier est très près du comportement de la machine lors de la fabrication de la pièce. Les points  $x, y$  dictent le parcours de la pointe d'extrusion de la machine pour une altitude  $z_i$  donnée. De plus, lors de la modélisation tridimensionnelle par krigeage, il est possible de construire le fémur distal couche par couche en interpolant sur  $\theta = [0 \ 360]$  degrés à une altitude  $z_i$  donnée. Donc, notre système de krigeage surfacique en coordonnées cylindriques se prête davantage à l'utilisation du format .SLC. Somme toute, le tableau II.3 présente une comparaison entre les avantages et inconvénients de chaque format de fichier. À la lumière de cette présentation,

Tableau II.3 Avantages et inconvénients des formats .STL et .SLC

Format	Avantages	Inconvénients
.STL	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Standard établi chez la plupart des manufacturiers</li> <li>· Possibilité de visualiser facilement la pièce avec une librairie graphique</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Spécification de la pièce nettement différente du comportement de la machine</li> <li>· Demande une étape supplémentaire de découpage du fichier en couches minces où l'on ne contrôle pas le procédé</li> <li>· Fichiers plus lourds</li> </ul>
.SLC	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Spécification de la pièce à fabriquer en dictant exactement le chemin parcouru par la pointe d'extrusion</li> <li>· Contrôle entièrement le processus de découpage puisque le format spécifie chaque couche et son épaisseur <math>\Delta z</math></li> <li>· Fichiers plus légers</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Visualisation de la pièce difficile à réaliser avec une librairie graphique</li> <li>· Format supporté par quelques manufacturiers seulement (dont <i>Stratatsys</i>)</li> </ul>

mentionnons que le format .SLC est avantageux par rapport au format .STL en ce qui a trait au contrôle total que l'utilisateur exerce sur le procédé de fabrication. Nous croyons, qu'en spécifiant exactement le chemin parcouru par la pointe d'extrusion, nous diminuons les sources d'erreurs par rapport à un découpage automatique en couches minces comme c'est le cas avec le format .STL. Par contre, afin de maximiser la compatibilité, les deux formats de fichiers sont supportés par notre chaîne complète de traitements numériques.